

# بکارگیری بردارهای GPS در سرشکنی به منظور متراکم سازی شبکه (توسط T. Vincenty)

چکیده:

متراکم سازی شبکه های ژئودتیک کنونی با بردارهای سیستم تعیین موقعیت جهانی (GPS) مسائلی را طلب می کند که در سرشکنی شبکه های معمولی مطرح نیست. این مسائل در مراحل سرشکنی همراه با درون یابی ظاهر می شوند (که در اینجا راهنمایی و حل آن مطرح شده است). روش پیشنهادی در این مقاله برای نوشتن یک برنامه کامپیوتری عملی به کار رفته است.

ترجمه از:

مهندس علیرضا آرموده اردلان

## «سیستم های مختصات»

## طرح مسئله

اگر چه از نظر تئوری تنها یک سیستم مختصات کافی است، پنج نای آنها با تعریفهای زیر در این مقاله به کار رفته اند (علت آن بزودی روشن خواهد شد).

۱) سیستم منحنی الخط  $\varnothing$  و  $\lambda$  و  $H$  (عرض و طول جغرافیایی و ارتفاع)  $\varnothing$  به طرف شمال مثبت،  $\lambda$  به طرف شرق مثبت و  $H$  به طرف بالای بیضوی مثبت است (در عمل ممکن است این ارتفاع، ارتفاع از ژئوئید فرض شود).

۲) سیستم قائم الزاویه دست راستی  $X$  و  $Y$  و  $Z$  مربوط به مختصات  $\varnothing$  و  $\lambda$  و  $H$  منطبق بر جهت مثبت محور اقصی،  $X$  به طرف نصف النهار گرینویچ و  $Y$  سمت نصف النهار  $90^\circ$  شرقی است. صفحه استوا در صفحه  $XY$  قرار دارد.

۳) سیستم مسطحاتی محلی  $N$  و  $E$  و  $U$  در نقطه ای مشخص و به مبدا همان نقطه،  $N$  به سمت شمال مثبت،  $E$  به سمت شرق مثبت و  $U$  در امتداد قائم به سمت بالا مثبت است. تنها از تغییرات جزئی  $dN$  و  $dE$  و  $dU=dH$  استفاده می شود.

۴) سیستم  $x$ ،  $y$ ،  $z$  سیستمی است به مبدا نقطه دلخواه  $P_0$  تقریباً در وسط منطقه مورد نظر (که لزوماً ایستگاهی از شبکه نیست). مختص  $x$  به سمت شمال مثبت،  $y$  به سمت شرق مثبت و  $z$  از صفحه  $xy$  به طرف بالا مثبت است. مقدار عددی این مختصات هرگز به صورت صریح به کار نرفته و تنها از اختلاف و تغییرات کوچک اختلافات آنها استفاده می شود.

۵) نهایتاً سیستم  $X$ ،  $Y$ ،  $Z$  که مختصات GPS و اختلاف آنها در این سیستم بیان می شوند. تنها اختلاف مختصات مورد استفاده قرار می گیرد.

در منطقه ای که قرار است متراکم شود تعدادی نقطه با مختصات معلوم وجود دارد (بعضی تنها طول و عرض جغرافیایی و برخی تنها ارتفاع و تعدادی هر سه موقعیشان معلوم است). مشاهدات GPS شامل بردارهای فضایی بین نقاط مختلف بوده که به صورت  $\Delta X$ ،  $\Delta Y$ ،  $\Delta Z$  بیان می شوند. این مشاهدات به روش کمترین مربعات به پروژۀ موجود برازنده می شوند (با سوق دادن مختصات اولیه به مقادیر سرشکن شده، جز در مورد مختصاتی که ثابت فرض می شوند). این روش معمولترین راه متراکم سازی است (در مقابل روشهای دیگری که قبلاً مطرح می شده «Wolf 1986» و «Steeves and Pento 1985» که در آنها بعضی از مختصات تعیین شده قبلی تغییر می کردند).

GPS و سیستم های محلی از نظر توجیه و مقیاس یکسان نیستند. سرشکنی، توجیه لازم و تصحیح مقیاس را برای بردارهای مناطق محدود تعیین کرده و با پروژۀ قبلی همسان می سازد. چندین مجموعه از این تصحیحات ممکن است برای منطقه مورد نظر جهت تراکم، در یک سرشکنی، بعد از تقسیم مشاهدات به گروههای اریز<sup>۳</sup> کوچکتر محاسبه شوند. (در صورتی که در هر یک از این گروهها اطلاعات کافی برای انجام این کار موجود باشد).

هنگامی که (به عنوان یک تقریب) ارتفاع از سطح دریا به جای ارتفاع از بیضوی استفاده می شود، شیب ژئوئید ( $\theta$ ) با دو زاویه دوران جذب شده (حول محور شمال و جنوب سیستم مسطحاتی) و ارتفاع ژئوئید با تصحیح مقیاس جذب خواهد شد. به این ترتیب ارتفاع نقاط جدید را بدون نقل سنجی یا انحراف قائم خواهیم داشت (اگر تنها سه ارتفاع معلوم به کار برده شوند).



## ارتباط بین سیستم های مختصات مختلف

شعاع انحنای بیضوی در امتداد قائم اولیه عبارت است از:

$$R = \frac{a}{(1 - e^2 \sin^2 \varnothing)^{3/2}} \quad (1)$$

در این فرمول  $a$  شعاع استوایی و  $e$  خروج از مرکز اول است. روابط معروف دیگر عبارتند از:

$$X = (R + H) \cos \varnothing \cos \lambda \quad (2)$$

$$Y = (R + H) \cos \varnothing \sin \lambda \quad (3)$$

$$Z = [R(1 - e^2) + H] \sin \varnothing \quad (4)$$

$$M = \begin{bmatrix} -\sin \varnothing \cos \lambda & -\sin \varnothing \sin \lambda & \cos \varnothing \\ -\sin \lambda & \cos \lambda & 0 \\ -\cos \varnothing \cos \lambda & \cos \varnothing \sin \lambda & \sin \varnothing \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$[ \Delta x, \Delta y, \Delta z ]^t = M_0 [ \Delta X, \Delta Y, \Delta Z ]^t$$

$$[ \Delta X, \Delta Y, \Delta Z ]^t = M_0^{-1} [ \Delta x, \Delta y, \Delta z ]^t$$

$M_0$  از رابطه (5) برای نقطه  $P_0$  به دست می آید.

تغییرات در مختصات ناشی از دورانها:

$$S = \begin{bmatrix} 0 & -\Delta Z & -\Delta Y \\ \Delta Z & 0 & -\Delta Y \\ -\Delta Y & \Delta X & 0 \end{bmatrix} \text{ و } T = \begin{bmatrix} 0 & -\Delta z & -\Delta y \\ \Delta z & 0 & \Delta x \\ \Delta y & -\Delta x & 0 \end{bmatrix}$$

$$[ d\Delta X, d\Delta Y, d\Delta Z ]^t = S [ \omega X, \omega Y, \omega Z ]^t$$

$\omega$  زاویای دوران کوچک حول محورهای مربوطه هستند (جهت

مثبت، هنگامی که از مبدا مشاهده می شود، به سمت راست است).

$$[ d\Delta x, d\Delta y, d\Delta z ]^t = T [ \gamma X, \gamma Y, \gamma Z ]^t$$

زاویای دوران در جهت عقربه های ساعت (هنگامی که از نقطه  $P_0$

مشاهده می شوند) در جهت مثبت محورهای مربوطه مثبت اند).

انتقال زوایای دوران:

$$[ \gamma x, \gamma y, \gamma z ]^t = M_0 [ \omega X, \omega Y, \omega Z ]^t$$

$$[ \omega X, \omega Y, \omega Z ]^t = M_0^{-1} [ \gamma x, \gamma y, \gamma z ]^t$$

برای یک مجموعه از  $\omega$  ها،  $\gamma$  ها به انتخاب  $P_0$  بستگی دارند.

## مدلهای به فرم تابع<sup>2</sup>

مدل تابعی یک سرشکنی طرح معادلات مشاهدات و معادلات

شرط را در صورت وجود، به صورت ریاضی توصیف می کنند. هر بردار GPS سه مشاهده را تأمین می کند، به عبارتی  $\Delta X$  و  $\Delta Y$  و  $\Delta Z$  که می توانند به هر سیستم مختصات منتقل شوند. اولین و ساده ترین شکل (اما نه لزوماً مناسبترین) مجموعه معادلات مشاهدات برای بردار بین نقاط  $P_2$  و  $P_1$  عبارتند از:

(13)

$$\begin{bmatrix} V\Delta X \\ V\Delta Y \\ V\Delta Z \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} dX_1 \\ dY_1 \\ dZ_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} dX_2 \\ dY_2 \\ dZ_2 \end{bmatrix} - S \begin{bmatrix} \omega X \\ \omega Y \\ \omega Z \end{bmatrix} - \Delta K \begin{bmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \\ \Delta Z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta X - \Delta X' \\ \Delta Y - \Delta Y' \\ \Delta Z - \Delta Z' \end{bmatrix}$$

با باقیمانده ها یا تصحیحات کمیت های مشاهده شده هستند.  $dx$  و

$dy$  و  $dz$  (که برحسب مورد اندیس گرفته اند) تغییر مختصات از شکل اولیه به مقادیر سرشکن شده را نشان می دهند.  $\omega$  ها (زوایای دوران) و  $\Delta K$  (اختلاف مقیاس) مجهولاتی هستند که برای انتقال مشاهدات به سیستم محلی می بایست به کار روند. جزء سه تایی آخر در معادله (13) اختلاف بین مقادیر محاسبه شده از طریق مختصات اولیه و مقادیر مشاهده شده را نشان می دهد. این مدل برای شبکه های با حداقل اطلاعات<sup>3</sup> مناسب اند (اما هنگامی که مختصات بخصوصی می بایست ثابت فرض شده یا فیویدی در شبکه برای تک تک نقاط ایجاد شود چندان مناسب نیست).

مدل دوم تغییر مختصات را در سیستمهای مختصات مسطحاتی

دو نقطه بیان می کند (Vincenty 1982, eq.2.15)

(14)

$$\begin{bmatrix} V\Delta X \\ V\Delta Y \\ V\Delta Z \end{bmatrix} + M_1 \begin{bmatrix} dN_1 \\ dE_1 \\ dH_1 \end{bmatrix} + M_2 \begin{bmatrix} dN_2 \\ dE_2 \\ dH_2 \end{bmatrix} - S \begin{bmatrix} \omega X \\ \omega Y \\ \omega Z \end{bmatrix} - \Delta K \begin{bmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \\ \Delta Z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta X - \Delta X' \\ \Delta Y - \Delta Y' \\ \Delta Z - \Delta Z' \end{bmatrix}$$

مدلی که با معادله (14) بیان شده بسیار مناسبتر از مدل اول است،

چون تغییر مختصات (که به صورت شمال، شرق و بالا بیان شده اند) به سادگی فیویدی در سیستم مختصات مسطحاتی نقطه مورد نظر می پذیرند. این مدل حذف هرکدام از مجهولات مختصات را به سادگی با در نظر نگرفتن آن در سرشکنی فراهم می آورد (به این ترتیب در حافظه و زمان محاسبات صرفه جویی می شود). ممکن است علاقه مند باشیم باقیمانده ها و زوایای دوران را در یک سیستم افقی در منطقه مورد نظر ببینیم (که مفاهیم روشنتری از مقدار عددی مختصات در سیستم XYZ دارد). برای انجام این عمل، تمام اعداد معادله (14) را در  $M_0$  ضرب می کنیم. در نتیجه:



$$\begin{bmatrix} V_{\Delta x} \\ V_{\Delta y} \\ V_{\Delta z} \end{bmatrix} = Mo M_1^t \begin{bmatrix} dN_1 \\ dB_1 \\ dH_1 \end{bmatrix} + Mo M_2^t \begin{bmatrix} dN_2 \\ dB_2 \\ dH_2 \end{bmatrix} - S \begin{bmatrix} \gamma X \\ \gamma Y \\ \gamma Z \end{bmatrix} - \Delta K \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta x \cdot \Delta x \\ \Delta x \cdot \Delta y \\ \Delta x \cdot \Delta z \\ \Delta y \cdot \Delta x \\ \Delta y \cdot \Delta y \\ \Delta y \cdot \Delta z \\ \Delta z \cdot \Delta x \\ \Delta z \cdot \Delta y \\ \Delta z \cdot \Delta z \end{bmatrix}$$

این معادله، به همراه یک مدل وزنی مناسب، اساس سرشکنی کمترین مربعات بردارهای GPS را به وجود می آورد. برای حل چهار پارامتر دیگر  $(\Delta K, \gamma X, \gamma Y, \gamma Z)$ ، در شبکه می بایستی حداقل دو نقطه با مختصات افقی معلوم و سه ایستگاه با ارتفاع معلوم داشته باشیم. قابل توجه است که  $\gamma X$  زاویه بین دو سطح را در  $P_0$  (در جهت شرقی - غربی)،  $\gamma Y$  زاویه بین آنها در جهت شمالی جنوبی،  $\gamma Z$  اختلاف آزیموت و  $\Delta K$  اختلاف مقیاس را (با در نظر گرفتن تأثیر فاصله بین ژئوئید و بیضوی، در صورت وجود) نشان می دهد.

### مدلهای غیر قطعی<sup>۷</sup> (انتقائی)

مدل انتقائی ماتریس وارپانس کوواریانس (یا به اختصار ماتریس کوواریانس) کمیتهای به کار رفته در سرشکنی مشاهدات را تعریف می کند (بیانی مشابه آن را می توان مدل وزنی نامید). قبل از پرداختن به مدل پیشنهادی برای متراکم سازی، مفید خواهد بود که نگاهی گذرا بر روند تشکیل ماتریس کوواریانس و نقش آن در سرشکنی داشته باشیم.

بردارهای GPS هیچ وقت مستقیماً اندازه گیری نمی شوند. مشاهدات اصلی شامل زوایای فاز یا اختلاف فاز به دست آمده از سیگنالهای ماهواره است که به همراه اطلاعات زمانی و مداری به صورت کمترین مربعات سرشکنی می شوند. در میان مجهولات این سرشکنی مختصات ایستگاهها نیز وجود داشته که نسبت به نقطه ای (که در میان مشاهدات معلوم فرض می شود) تعیین می شوند. این عمل را از این به بعد «کاهش اولیه» می نامیم. (برای جزئیات بیشتر به (1984) Remondi و (1985) Goad یا منابع دیگر مراجعه فرمایید).

مانند هر سرشکنی کمترین مربعات دیگر، کاهش اولیه وارپانس تمام مجهولات و کوواریانس بین آنها را تأمین می کند. اگر بیش از دو نقطه در سرشکنی شرکت داشته باشند و تمام مشاهدات همزمان کاهش یابند، نه تنها بین سه مختص هر ایستگاه بلکه بین بردارها نیز کوواریانس خواهیم داشت. تعداد بردارهایی که بدین شکل به دست می آید  $(n - 1)$  است.  $n$  تعداد ایستگاههای شرکت کننده در سرشکنی است (بقیه اضافی بوده و می توانند از سایر بردارها به دست آیند). در این حالت هیچ خطای بست مثلث وجود ندارد. در روش همزمان (با بیش از دو ایستگاه) کوواریانس بین بردارها از «عامل اتصال» تشکیل شده که بگانگی حل را تضمین می کند (بدون توجه به اینکه چه ایستگاهی در کاهش اولیه ثابت فرض شده). بنابراین بردارهای اضافه ای که از این کاهش به دست می آیند نمی بایست در سرشکنی شبکه های جدید به کار روند.

روش معمول دیگر انجام کاهش اولیه در هر یک از بردارها به تنهایی است (با به کارگیری دو ایستگاه در هر وهله). با سه ایستگاه یا

بیشتر، این روش از نظر تئوری تقریبی خواهد بود، چون مشاهدات اولیه یکسانی برای به دست آوردن دو پارامتر بردار به کار رفته است. در این روش  $n(n - 1)/2$  بردار در اختیار خواهیم داشت. این بردارها بستگی خطی ندارند، چون عامل اتصال ازین رفته و قابل دستیابی نیست. در نتیجه، این نوع کاهش خطای بست مثلثی نیز ایجاد می کند. بعضیها تأکید دارند که در این حالت می بایستی  $(n - 1)$  بردار به کار برد. و از بقیه صرف نظر کرد. نتیجه این عمل، این است که خروجی سرشکنی شبکه شامل بردارهایی وابسته به نحوه ترکیب حداقل بردارهای انتخاب شده، بوده و به این ترتیب حل یکتایی نخواهیم داشت.

بنابراین لازم است تمام بردارهای ایجاد شده با این روش را به کار برد. در این حالت تعداد درجات آزادی در مقایسه با حل همزمان افزایش خواهد یافت (اما شاید بدین خاطر باشد که اکنون بردارها وابستگی خطی دارند). برای نتایج عددی به دست آمده از این روش و روشهای دیگر و همچنین تغییر وزن براساس تعداد ایستگاهها به (1985) Artur et al. مراجعه کنید. تغییر وزن با ضرب ماتریس کوواریانس در  $\frac{n}{2}$  انجام می شود. روش کاهش اولیه مجزا برای متراکم سازی پیشنهاد می شود.

ماتریس کوواریانس ابعاد و توجیه بیضیهای خطای مختصات را در رابطه با ایستگاه ثابت بیان می کند. کوواریانس بین بردارها نیز دارای تعبیر هندسی است. بنابراین ماتریس کوواریانس برای یک شبکه (برخلاف متراکم سازی) ضروری است. روشن است که این ماتریسها پیش از حد خوش بینانه بوده و مدل حقیقی خطا را کاملاً نشان نمی دهند. که معلول وجود خطای پنهان در میان مشاهدات است، که بستگی به فاصله داشته و در سرشکنی کاهش اولیه آشکار نمی شوند. گاهی آنها را خطاهای «سیستمیک» می نامند (اینها خطاهای سیستماتیک نیستند چون عامل هیچ کنترلی بر آنها ندارد). اگر نخواهیم دقیق تر باشیم، این خطاها را می بایست ناشی از وابستگی فیزیکی دانست، که باعث بروز اختلاف بین دو اصطلاح دقت «داخلی» و «خارجی» اندازه گیریها و مقادیر سرشکن شده آنهاست. وجود چنین خطاهایی می تواند در سرشکنی شبکه ای که دارای طولهای خیلی کوتاه و خیلی بلندی است، نشان داد. یک راه علاج جایگزین کردن ماتریس کوواریانس موجود با ماتریس قطری است که عناصر آن بیان کننده مدلی تجربی می باشند. این خطاها تأثیری بر خطای مقیاس ندارند (چون علامتشان تغییر می کند). واضح است که این مطلب تنها در مورد بردارهای به دست آمده اولیه صادق است و باعث می شود کوواریانس ها اندکی یا بسیاری از مفاهیم خود را از دست بدهند.

در متراکم سازی هنوز با مشکل دیگری مواجه هستیم. یک شبکه ثابت همواره به صورت «انتقائی یا تابعی» تغییر شکل می یابد. (این عبارت از (1985) Wolf به عاریه گرفته شده). بنابراین هدف در این حالت می بایست جز سرشکنی بردارها متوجه انترپوله تغییر شکل ها نیز باشد. در اینجا ماتریس کوواریانس بسیاری (اگر نه تمامی) مفهوم خود را از دست داده و اگر با چشم باز از آن استفاده نشود تأثیر خطرناکی خواهد داشت، چون عمل انترپوله را به آهستگی و متناسب با فاصله محدود کرده و بنابراین



می‌آیند. نتایج این سرشکنی می‌بایستی از لحاظ اندازه واریانس وزن واحد، باقیمانده ها، و از همه بهتر، باقیمانده استاندارد شده مشاهدات، بررسی شود. (باقیمانده استاندارد باقیمانده ای است که در مجذور ورزش ضرب شده باشد، به عبارت دیگر نسبت باقیمانده ها به خطای استاندارد اولیه است). این عمل به شناسایی مشاهدات بد کمک می‌کند (که می‌تواند با محاسبه خطاها در لوپهای انتخاب شده و به کارگیری برنامه ای ساده دنبال شود). توضیح در جزئیات تجزیه و تحلیل نتایج خارج از بحث این مقاله کوتاه است.

اگر ارتفاعات ژئوئید قابل اطمینانی در دسترس باشد، سرشکنی می‌بایست براساس ارتفاعات از بیضوی صورت گیرد (همان طور که از نظر تئوری لازم است). در عمل، ارتفاعات از سطح دریا نتایج رضایت بخشی را به وجود می‌آورند (در صورتی که منطقه ای که مجهولات اریب برای آن تعیین می‌شوند به اندازه کافی کوچک باشد). اگر سرشکنی های آزمایشی منطقه را برای دستیابی به دقت مطلوب بیش از حد بزرگ نشان دهند، می‌بایست آن را به دو یا چند منطقه کوچکتر تقسیم کرد (همین عمل را می‌بایست در مورد مجموعه مجهولات اریب، در صورت کافی نبودن اطلاعات کنترل ثابت، انجام داد).

مدل ساده وزنی که برای مقاصد متراکم سازی پیشنهاد شده، انتظار می‌رود انتقاداتی را برانگیزد. که به عنوان پیش دستی بعضی از افکار آماده شده زیر را بیان می‌دارد.

از نظر تئوری محض امکان متراکم سازی وجود ندارد. اگر نخواهیم از تئوری عدول کنیم، می‌بایست تمام شبکه ملی برای هر متراکم سازی دوباره سرشکنی شود (که از نظر عملی نشدنی است). به عنوان یک مصالحه، شاید لازم باشد ایستگاههایی که قبلاً به وجود آمده و کارهای جدید به آنها متصل گردید دوباره تعیین موقعیت شوند (ماتریس کواریانس کامل نقاط کنترل می‌بایست معلوم بوده و در این سرشکنی به کار رود). اگر لازم است تغییری در مختصات اعلام شده به وجود آید، می‌بایست توسط آژانس که اولین بار آنها را تعیین کرده صورت گیرد. برای مقاصد منطقه ای تنها روش عقلایی متراکم سازی ثابت فرض کردن مختصات نقاط اعلام شده است.

افراد در تجربه سرشکنی شبکه های GPS بزودی خواهند آموخت که ماتریس کواریانس حاصل از کاهش اولیه برای نشان دادن صحت (حتی در سرشکنی با حداقل اطلاعات) قابل اعتماد نیستند این ماتریس در سرشکنی متراکم سازی با اطلاعات نسبتاً کافی اصلاً مفهوم خود را از دست داده و بهتر است از آن صرفنظر شود. آنهايي که بر استفاده از آن در متراکم سازی پافشاری می‌کنند (با تاکید بر تئوری) خود و بیشتر از آنچه که انتظارش را دارند، مشتریان خود را گول می‌زنند. □

حتی باعث افزایش اعوجاج محلی شبکه خواهند شد. یک پاسخ معقول به مسئله وزن بردارها در متراکم سازی، صرفنظر کردن از ماتریس کواریانس حاصل از کاهش اولیه است (جز برای محاسبات قبل از سرشکنی و به دست آوردن مدل قطری وزن تجربی) به همان شکلی که با وزن طولهای EDM در شبکه های قدیمی رفتار می‌شد. بدین ترتیب واریانس اختلاف مختصات (برای مؤلفه های افقی و قائم) مجموع مربعات دو جمله با واحد طول است. اولین جمله کوچک و مستقل از فاصله و دومین متناسب با فاصله است. اندازه جمله وابسته، بستگی به گستردگی تغییر شکل شبکه داشته و از بررسی نتایج سرشکنی آزمایشی به دست می‌آید. مهارت در این تشخیص با آزمایش سرشکنی های مختلف و تجربه حاصل می‌شود.

### «ملاحظات نهایی»

برنامه متراکم سازی GPS می‌بایستی دارای اشکال ویژه ای بوده تا مفید واقع شود، که عبارت اند از:

- 1) باقیمانده بردارها و زوایای دوران را در سیستم مسطحاتی نقطه مرکزی بیان کند.
- 2) شیفت مختصات از مقدار اولیه به مقدار سرشکن شده نسبت به افق نقطه مورد بحث صورت گیرد.
- 3) توانایی ثابت نگاه داشتن یا مقید ساختن هریک از سه زاویه دوران را داشته باشد.

- 4) مهیا بودن برای پذیرش بیش از یک گروه اریب در سرشکنی.
- 5) راهی ساده را برای ثابت نگاه داشتن هریک از مختصات، به کار برد (مثلاً تنها مختصات افقی یا ارتفاعی)
- 6) امکان به کارگیری مدل های خطای نسبی (به صورت جهانی یا منفرد به کمک بردارها) را داشته باشد. برنامه هایی که فاقد این مشخصات بوده دارای ارزش کمی در متراکم سازی هستند. برنامه ای شامل همه این موارد توسط مؤلف نوشته شده (با به کارگیری کامپیوتر خانگی IBM pc). به خاطر سادگی مدل های پیشنهادی در این مقاله، برنامه اصلی خیلی کوتاه است (در حدود ۱۰۰۰ خط کد FORTAN) و دارای زیر برنامه سرشکنی است که توسط Dale S. Zimmerman از DMAHTC اسکادران نقشه برداری ژئودتیک شیان و ایومینگ (Cheyenne Wyoming) نوشته شده. این برنامه اجرایی برای ۱۰۰ ایستگاه به کمتر از ۳۰۰ کیلو بایت حافظه احتیاج دارد، و توسط شرکت Geo,Hydro Inc. بخوبی در سرشکنی چند پروژه متراکم سازی GPS به کار رفته است.

تمام شبکه های متراکم سازی می‌بایست اول با حداقل اطلاعات سرشکن شوند، که به دو روش قابل اجراست (هر دوی آنها باقیمانده ها و آمارهای یکسان، اما مختصات سرشکن شده متفاوتی را نتیجه می‌دهند). در روش اول که گاهی سرشکنی «آزاد» خوانده می‌شود. سه مختص مربوط به یکی از ایستگاهها ثابت فرض شده و چهار مجهول اریب هم صفر قرار داده می‌شوند. در روش دوم دو مختص مسطحاتی و سه مختص ارتفاعی ثابت بوده، بنابراین موقعیت، توجیه و مقیاس به صورت واحد به دست

- 1) Densification.
- 2) Shift
- 3) bias groups
- 4) Functional Models
- 5) Shift.
- 6) minimally constrained.
- 7) Stochastic.
- 8) Initial Reduction
- 9) binding agent