تعیین ارتفاع ارتومتریک با استفاده از GPS

مهندس علیرضا آزموده اردلان

«مقدمه»

با GPS می‌توان مختصات مسطحاتی را ۱۰ تا ۲۰ بار دقیق‌تر از روشهای سنتی (کلاسیک) تعیین کرد. به این حد بالای دقت در یک تا دو ساعت مشاهده، آن هم بدون نیاز به دید مستقیم بین ایستگاهها می‌توان رسید. به خاطر چنین قابلیتی است که، GPS می‌رود که تنها وسیلهٔ تعیین مختصات مسطحاتی گردد. تنها نقطهٔ ضعف GPS در این است که به کمک آن نمی‌توان مستقیماً ارتفاع نقاط را از سطح دریا تعیین کرد. با افزایش استفاده کنندگان GPS، امروزه در سطح جهانی تحقیقات بسیاری در راه یافتن روشهایی به منظور تعیین ارتفاع نقاط به کمک GPS صورت می‌پذیرد. در این مقاله یکی از روشهای پیشنهادی مورد بررسی دقیق قرار می‌گیرد. و راهنمایی‌های لازم برای نوشتن برنامهٔ کامپیوتری آن ارائه خواهد شد.

در بخش نخست این مقاله سعی گردیده لزوم استفادهٔ سه بعدی GPS در تعیین موقعیت روشن گردد. در بخش دوم روشهای موجود در تعیین ارتفاع ارتومتریک مرور می‌گردند. نهایتاً در مورد یکی از این روشها و نحوهٔ استفادهٔ عملی آن به تفصیل توضیح داده خواهد شد.

در این بحث فرض بر آن است که خواننده دارای اطلاعات مقدماتی در زمینهٔ اصول و نحوهٔ استفادهٔ از GPS در تعیین موقعیت نقاط ژئودزی است، همچنین به اصول کمترین مربعات و نحوهٔ بکارگیری آن در شبکه‌های ارتفاعی آشنایی دارد.

علت نیاز به استفادهٔ سه بعدی از GPS

همانگونه که گفته شد با GPS می‌توان مختصات مسطحاتی را خیلی دقیق تعیین کرد، اما هنگامی از آن بطور مؤثر استفاده کرده‌ایم که بتوانیم به کمک آن ارتفاع از سطح دریا را نیز بدست آوریم. بدون دست‌یابی به چنین امکانی می‌بایست گروههای ترازیاب، برای ترازیابی نقاط تعیین موقعیت شده به منطقهٔ عملیاتی اعزام شوند، که چیزی جز اتلاف هزینه نخواهد بود. فزون بر آن از آنجایی که در تعیین موقعیت با GPS نیازی به برقراری دید مستقیم بین ایستگاهها وجود ندارد، در حد فاصل اکثر بازهای GPS موانعی چون کوه، دره، رودخانه، ساختمان و مانند آن وجود دارد. بنابر این اگر قرار باشد ارتفاع این نقاط از طریق ترازیابی مستقیم تعیین گردد، کارگروههای ترازیاب بسیار دشوار خواهد بود.

نکتهٔ دیگر آن است که غالباً از GPS برای اندازه‌گیری بازهایی با طولهای خیلی بلند در حدود ۱۰۰ کیلومتر استفاده می‌شود، که نوعاً اختلاف ارتفاع در این طولها به بیش از ۱۵۰ متر می‌رسد. بنابراین حتی اگر از بازهای با طولهای کوچک در حدّ ۳۰ کیلومتر نیز استفاده شود، ترازیابی بین آنها چندین روز وقت نیاز خواهد داشت. علاوه بر آن برای اتصال این نقطه‌ها به شبکه کنترل ارتفاعی می‌بایست ترازیابی صورت گیرد. و از آنجایی که دقت ترازیابی با افزایش فاصله کاهش می‌یابد، در طولهای بلند برای حفظ دقت، لازم است نکات بسیاری در نظر گرفته شود که خواه ناخواه باعث افزایش هزینه خواهد شد.

در مواجه با مشکلی که در تعیین ارتفاع نقاط توسط GPS وجود دارد، بطور خلاصه سه انتخاب وجود دارد:

۱) از GPS تنها برای تعیین مختصات مسطحاتی استفاده کرده، ارتفاع نقاط را بصورت مجزا از ترازیابی بدست آوریم.

۲) GPS را کنار گذاشته، با روشهای سنتی کار کنیم.

۳) در جستجوی راهی باشیم که به نحوی ما را از مشاهدات GPS به ارتفاع نقاط برساند.

با توجه به سرعت کار و دقت GPS به نظر می‌رسد راه حل سوم مناسبترین باشد.

روشهای موجود در تعیین ارتفاع به کمک مشاهدات GPS

مواردی که ذکر خواهند شد، هریک موضوع تحقیق افراد مختلفی جهت حل مشکل یادشده است.

قبل از پرداختن به این روشها لازم است برای خوانندگان گرامی دو مطلب یعنی: سطح مبنایی که ارتفاعات نسبت به آن تعیین می‌گردند و اطلاعات نهایی GPS کاملا روشن شوند.

سطوح مبنای مورد استفاده در ژئودزی

۱) **ژئوئید.** ژئوئید یکی از سطوح همپتانسیل میدان جاذبهٔ زمین است. سطح هم‌پتانسیل سطحی است که تمام نقاط روی آن دارای پتانسیل یکسانی هستند. و

پتانسیل جاذبه مقدار کاری است که برای غلبه بر نیروی جاذبه می‌بایست صورت گیرد.

عملا سطح هم‌پتانسیلی که به‌بهترین وجه، سطح متوسط آبهای دریاها را تقریب می‌کند، به عنوان ژئوئید درنظر می‌گیرند. به عبارتی دیگر اگر بتوانیم آب دریاها را با کندن کانالهایی به‌خشکی هدایت کنیم بطوریکه آزادانه جریان یافته، تحت تأثیر نیروی جاذبهٔ کوهها، نیروی باد، دما و نیروهای خارجی دیگر نباشد، سطحی که ایجاد می‌گردد، ژئوئید خواهد بود.

توضیح : در اکثر کارهای عملی ارتفاع از سطح دریا و ژئوئید، یکسان فرض می‌شوند.

۲) **بیضوی.** بیضوی سطح ریاضی ساده‌ای است که به‌بهترین نحو شکل زمین را تقریب می کند(۱)چون بیضوی یک مدل ریاضی، و فارغ از پیچیدگی های سطوح فیزیکی **همچون** ژئوئید است ، اکثر محاسبات ژئودزی بر روی آن صورت می گیرد

در ارتباط با این دو سطح سه ارتفاع زیر تعریف می‌شوند:

الف)ارتفاع ژئوئید (N) که فاصلهٔ بین سطح ژئوئید و بیضوی است.

ب) ارتفاع بیضوی (h) یعنی فاصلهٔ بین بیضوی و سطح زمین .

پ) ارتفاع ارتومتریک (H) که فاصلهٔ ژئوئید از سطح زمین در امتداد خط شاغولی می‌باشد(۷). در اکثر مواقع ارتفاع ارتومتریک، ارتفاع نقاط از سطح دریا فرض می‌شود

ارتباط این سه ارتفاع ، که در نگارهٔ ، نمایش داده شده، با فرمول زیر بیان می‌گردد:

$$N = h - N \quad (1)$$

به کمک این فرمول با دانستن ارتفاع بیضوی و ژئوئید یک نقطه می‌توان به‌سادگی ارتفاع ارتومتریک آن را حساب کرد. یک جزء از این فرمول را می‌توان با GPS تأمین کرد.

اطلاعات نهایی حاصل از GPS

وقتی یک باز توسط GPS اندازه‌گیری می‌شود، نتیجهٔ حاصل بردار بین دو ایستگاه است، که با ΔX ، ΔY و ΔZ در یک سیستم ژئوسنتریک بیان می‌شود برنامه هایی که معمولا برای پردازش اطلاعات GPS وجود دارند، و همراه گیرنده به‌فروش می‌رسند، علاوه بر کمیتهای فوق، اختلاف ارتفاع بیضوی دو انتهای باز را نیز محاسبه می کنند . اگر یکی از دو ایستگاه انتهایی باز، نقطهٔ کنترل معلومی باشد، از طریق ΔX ، ΔY و ΔZ می‌توان طول و عرض ژئودزی ایستگاه دیگر را بدست آورد. از طرفی اگر ارتفاع ارتومتریک و ارتفاع ژئوئید ایستگاه کنترل یک ایستگاه باز GPS معلوم باشند، به کمک معادلهٔ ، می‌توان ارتفاع بیضوی نقطهٔ کنترل را بدست آورده، با داشتن اختلاف ارتفاع بیضوی بین دو نقطه به‌ارتفاع بیضوی نقطهٔ دیگر رسید.

در صورتی که با GPS یک شبکه کنترل ژئودزی ایجاد گردد، می‌توان طول و عرض ژئودزی کلیهٔ ایستگاهها را از طریق سرشکنی کمترین مربعات بدست آورد. همین عمل را می‌توان در مورد ارتفاعات بیضوی ایستگاههای شبکه انجام داده، بهترین مقدار ارتفاعات بیضوی ایستگاهها را بدست آورد.

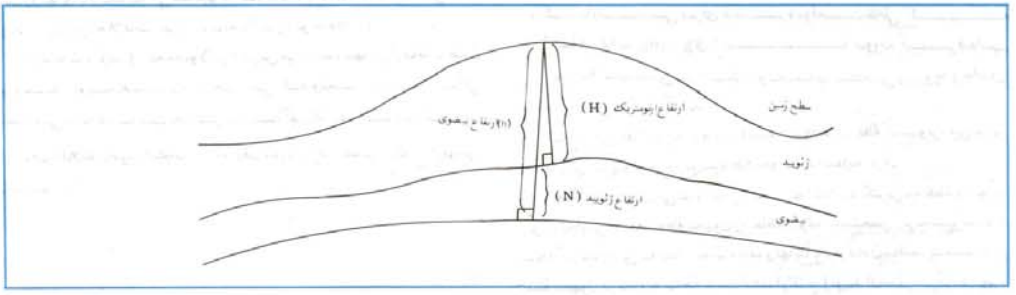
بنابراین در معادلهٔ(۱)تنها عامل مجهول ، در تعیین ارتفاع ارتومتریک، ارتفاع ژئوئید نقاط شبکه است.

روشهای محاسبهٔ ارتفاع ارتومتریک

برای محاسبهٔ ارتفاع ارتومتریک احتیاج به ارتفاع بیضوی و ارتفاع ژئوئید داریم. ارتفاع بیضوی را همانگونه که ذکر شد، می‌توان از طریق برنامهٔ پردازش اطلاعات GPS بدست آورد. برای محاسبهٔ ارتفاع ژئوئید روشهای متعددی وجود دارد که از این قرارند:

۱)**استفاده از نقشه های ارتفاعی موجود.** اگر ارتفاع بیضوی و ارتومتریک تعدادی از نقاط کنترل، معلوم باشد، می‌توان نقشهٔ ژئوئیدی با رسم منحنی های میزان ارتفاع ژئوئید به‌وجود آورد. به‌این ترتیب ارتفاع ژئوئید هر نقطه دلخواه روی این نقشه را می‌توان به روشهای ترسیمی[1] است آورد.

۲) **برازش[1] سطح.** اگر چندین نقطه با موقعیت و ارتفاع ژئوئید معلوم داشته باشیم، می‌توان از طریق کمترین مربعات، منحنی یا سطحی را بدست آورد که نزدیکترین شکل، به ژئوئید گذرنده از این نقاط است. بنابراین با داشتن موقعیت هر نقطهٔ دلخواه، به کمک این مدل می‌توان ارتفاع ژئوئید آن را بدست آورد. این روش که موضوع بسیاری از تحقیقات فعلی است. برای مناطق کوچک‌تر



نگارهٔ ،

1) Fitting

از ۵۰ کیلومتر مربع، درصورت یکنواختی شکل ژئوئید منطقه دارای دقت کافی است(۵) اما متأسفانه درصورت کم بودن تعداد نقاط کنترل دارای ارتفاع ژئوئید معلوم، از این روش نمی‌توان به نحو مطلوب استفاده کرد.

۳) انتقال شبکهٔ سرشکن شدهٔ GPS. در این روش از نقاط کنترل ژئودزی به عنوان نقاط مشترک، برای تعیین پارامترهای انتقال و دوران بین بیضوی و ژئوئید استفاده می‌شود. با در اختیار داشتن این پارامترها می‌توان ارتفاع ارتومتریک کلیهٔ ایستگاه‌های شبکهٔ GPS را بدست آورد(۶)این را می‌توان در مناطق با وسعت کمتر از ۵۰ کیلومتر مربع، درصورت یکنواختی شکل ژئوئید، بکار برد.

۴) روش دوخطی[3]. اگر ارتفاع ژئوئید چهار رأس یک مربع با اضلاع کوچکتر از ۵ دقیقهٔ طول و عرض ژئودزی در دست باشند، ارتفاع هر نقطهٔ داخل این مربع را می‌توان با استفاده از معادلهٔ سادهٔ خط بدست آورد(۸). نقطهٔ ضعف این روش در دشواری تأمین نقاط ارتفاع ژئوئید معلوم ودر فواصل تقریباً ۹ کیلومتری است.

۵) روش سطوح چندگانه. این روش تعمیم یافتهٔ روش ۴ است. در این روش حاصل جمعی از چندین معادلهٔ سطح با ضرایب معلوم تشکیل داده می‌شود(۳)حاصل این مجموع معادله‌ای است که با آن می‌توان ارتفاع ژئوئید هر نقطهٔ واقع در محدودهٔ مدل را بدست آورد. از این روش نتایج خوبی، حتی در مواردی که ایستگاه‌های کنترل به صورت نامنظم پراکنده شده‌اند، بدست آمده است.

۶) مدل سرشکنی توأم ژئودزی. در این روش می‌توان با ترکیب مشاهدات GPS، VLBI و هر مشاهدهٔ زمینی دیگر، ارتفاع ژئوئید و ارتومتریک را با دقت بالایی بدست آورد. (۴).

۷) ثقل سنجی درهر ایستگاه به هنگام مشاهدات GPS. با در اختیار داشتن انامالی‌های جاذبه، از طریق انتگرال استوکس می‌توان ارتفاع ژئوئید را از بسط هارمونیکهای کروی بدست آورد.

تحقیقات در زمینه‌های فوق همچنان ادامه داشته و تا حصول روش مطلوب می‌بایست مطالعات وپژوهشهای بسیاری صورت گیرد.

دقت روشهای یاد شده بستگی مستقیم به اطلاعات مورد استفاده دارد. بدین خاطر دربکارگیری این اطلاعات می‌بایست به نکات زیر توجه داشت:

۱) ارتفاعات ژئوئیدی که معمولا در دسترس می‌باشند، تنها در ارتباط با طول موج بلند ژئوئید هستند(۸)، درحالی که وضعیت توپوگرافی منطقه می‌تواند موجب تغییرات ناگهانی در ژئوئید گردد.

۲) دقت اطلاعات مورد استفاده، درحد دقت مورد نیاز در محاسبهٔ ارتفاع ارتومتریک باشد(۸).

توضیحات کامل برای تنظیم برنامهٔ کامپیوتری جهت اجرای روش ۲

در این قسمت جزئیات یک برنامهٔ مناسب، جهت اجرای روش برازش سطح مورد بررسی کامل قرار خواهد گرفت. علت برگزیدن این روش به دلائل زیر بوده است.

۱) روش ساده‌ای بوده و اطلاعات مورد نیاز آن را می‌توان از شبکه‌های مسطحاتی سرشکن شده بدست آورد.

۲) این روش را درصورت یکنواختی شکل ژئوئید، می‌توان در منطقه‌ای به وسعت ۵۰ کیلومتر مربع با موفقیت بکار برد.

برای سادگی محاسبات و منطق برنامه، می‌توان مختصات نقاط کنترل و ایستگاه‌های دیگر را به سیستم تصویر قائم مشاهدات (X و Y) آورد، تقریبی که با این کار وارد محاسبات می‌شود با توجه به دقت مورد نیاز نهائی، قابل اغماض است.

این برنامهٔ بهتر است در سه قسمت نوشته شود. بدین شکل که در قسمت اول ارتفاع ژئوئید کلیهٔ نقاط انتر پوله گردیده، درقسمت دوم بهترین مقدار ارتفاع ژئوئید نقاط ازطریق سرشکنی تعیین، و نهایتاً در بخش سوم از ترکیب ارتفاع بیضوی و ژئوئید درفرمول (۱) ارتفاع ارتومتریک کلیهٔ نقاط شبکهٔ GPS محاسبه می‌گردند. برای سهولت در رفع اشکال برنامه بهتر است قسمتهای یک و دو را به صورت مجزا نوشته و آزمایش کرد.

مشخصات قسمت انتر پلهٔ ارتفاع ژئوئید

در این قسمت ارتفاع ژئوئید نقاط مورد نظر ازطریق شبکهٔ ژئوئید دربرگیرندهٔ آن درون یابی می‌گردد.

این قسمت برنامه به دو فایل اطلاعاتی زیر نیاز دارد.

۱) فایلی برای ذخیرهٔ نام و موقعیت نقاط کنترل ژئودزی دربرگیرندهٔ شبکهٔ GPS

این اطلاعات عبارتند از نام ایستگاه، مختصات مسطحاتی (X و Y)، ارتفاع ارتومتریک و ارتفاع ژئوئید. کلیهٔ این اطلاعات را می‌توان از برگه‌های اطلاعاتی شبکه‌های موجود استخراج کرد.

۲) فایلی برای ذخیرهٔ موقعیت تقاطی که مشاهدات GPS روی آنها صورت گرفته است.

این اطلاعات شامل نام ایستگاه، و مختصات مسطحاتی (X و Y) حاصل از سرشکنی نهایی شبکه می‌گردند.

با تخلیهٔ این اطلاعات از فایل ذخیره، به RAM حافظهٔ کامپیوتر، می‌توان از آنها برای انتر پلهٔ ارتفاع ژئوئید نقاط دلخواه خود استفاده کرد.

نحوهٔ انجام درون یابی بدین صورت است که ابتدا نزدیکترین سه نقطهٔ با ارتفاع ژئوئید معلومی را که نقطهٔ مجهول را احاطه کرده‌اند مشخص کرده سپس معادلهٔ صفحهٔ گذرنده از این سه نقطه محاسبه شده و نهایتاً با قرار دادن مختصات مسطحاتی نقطهٔ مجهول در معادلهٔ صفحهٔ بدست آمده، ارتفاع ژئوئید آن تعیین می‌گردد. مهم‌ترین مسئله در این قسمت، تعیین نزدیکترین سه نقطهٔ در برگیرندهٔ نقطهٔ با ارتفاع

2) Translation

3) Bilinear

مجهول است. این عمل را می‌توان طی مراحل زیر انجام داد:

۱) فاصلهٔ نقطهٔ با ارتفاع ژئوئید مجهول از تمام نقاط کنترل محاسبه می‌شود. چون محاسبات در صفحه صورت می‌گیرد انجام این عمل ساده است.

۲) نقاط کنترل بر اساس فاصلهٔشان از نقطهٔ مورد نظر در برداری جدید ذخیره می‌شوند.

۳) از این بردار می‌توان در زیر برنامه‌ای برای یافتن نزدیکترین سه نقطهٔ در برگیرندهٔ نقطهٔ مورد نظر استفاده کرد. برای پیدا کردن این سه نقطه تستی به صورت زیر انجام می‌گیرد:

الف) آزیموت نقطهٔ مورد نظر به کلیهٔ نقاط کنترل محاسبه می‌گردد.

ب) زاویهٔ بین کلیهٔ ترکیبات سه تایی این امتدادها به کمک آزیموتشان محاسبه می‌شود. مجموع هر سه زاویه ۳۶۰ درجه است.

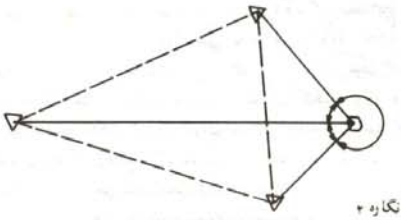
ج) اگر در بین این ترکیبات سه تایی زاویه‌ای بزرگتر از ۱۸۰ درجه باشد، نقطهٔ مورد نظر، خارج مثلث حاصل از آن سه نقطه قرار دارد (به نگارهٔ ۲ توجه کنید). اگر یکی از زوایا دقیقا ۱۸۰ درجه باشد، به این معناست که نقطهٔ با ارتفاع مجهول روی یکی از اضلاع مثلث قرار گرفته (نگاره ۳). اگر بین سه زاویهٔ حاصل هیچک بزرگتر از ۱۸۰ درجه نباشد، نقطه داخل مثلث حاصل از آن سه نقطه است (نگارهٔ ٤). در صورت وجود دو حالت اخیر کامپیوتر از این زیر برنامه خارج و وارد مراحل بعدی خواهد شد. اما در حالت اول نزدیکترین سه نقطهٔ دیگر برای تکرار تست، برگزیده می‌شوند. این تست همچنان تا یافتن نزدیکترین سه نقطه‌ای که نقطهٔ مورد نظر داخل مثلث حاصل از آنها قرار می‌گیرد، ادامه خواهد یافت. اگر هیچ یک از ترکیبات شرط مورد نیاز را تأمین نکنند، نقطهٔ با ارتفاع ژئوئید مجهول خارج از محدودهٔ وجود بین نقاط کنترل است.

٤) بعد از یافتن نزدیکترین سه نقطهٔ کنترلی که نقطهٔ با ارتفاع مجهول داخل مثلث حاصل از آنها قرار دارد، مرحلهٔ بعدی برنامه، یعنی بدست آوردن معادلهٔ صفحهٔ گذرنده از این سه نقطه آغاز می‌گردد. این صفحه در واقع تقریبی از ژئوئید بوده و به کمک آن می‌توان ارتفاع ژئوئید کلیهٔ نقاط داخل مثلث را تعیین کرد. برای این منظور کافی است که X و Y نقطه را در معادلهٔ صفحه قرار داد تا ارتفاع ژئوئید آن بدست آید.

ارتفاعات حاصل از انترپله را می‌توان برای استفاده در مراحل بعدی در برداری ذخیره کرد.

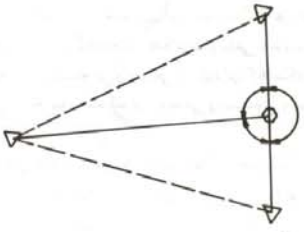
٥) برنامه می‌بایست مراحل فوق را برای کلیهٔ نقاط با ارتفاع مجهول موجود در فایل تکرار کند. در انتهای این مرحله می‌توان دستوری برای چاپ نام و ارتفاع ژئوئید محاسبه شدهٔ نقاط گنجانید.

قرار داشتن نقطهٔ با ارتفاع مجهول داخل مثلث حاصل از نقاط کنترل و استفاده از کوچکترین مثلثی که دارای چنین خاصیتی است، باعث به حداقل رساندن خطای ناشی از تغییرات سریع شکل ژئوئید خواهد شد.



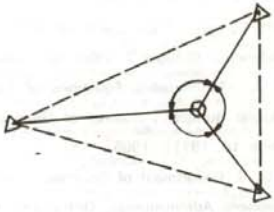
نگاره ۲

چون زاویه «A» بزرگتر از ۱۸۰ درجه است نقطه مورد نظر خارج از مثلث حاصل از نقاط کنترل قرار دارد.



نگاره ۳

چون - زاویه «A» برابر ۱۸۰ درجه است نقطه روی خطی که دو نقطه کنترل را به هم وصل میکند قرار دارد.



نگاره ٤

چون هیچیک از زوایا بزرگتر از ۱۸۰ درجه نیستند نقطه داخل مثلث حاصل از نقاط کنترل است.

نگاره ۲ چون زاویه «A» بزرگتر از ۱۸۰ درجه است نقطه مورد نظر خارج از مثلث حاصل از نقاط کنترل قرار دارد.

نگاره ۳ چون - زاویه «A» برابر ۱۸۰ درجه است نقطه روی خطی که دو نقطه

کنترل را به هم وصل میکند قرار دارد.
نگاره ٤ چون هیچیک از زوایا بزرگتر از ۱۸۰ درجه نیستند نقطه داخل مثلث حاصل از نقاط کنترل است.

زیربرنامهٔ تعیین ارتفاع بیضوی نقاط

در اجرای این روش ما علاوه بر ارتفاع ژئویید، به ارتفاع بیضوی نقاط نیز احتیاج داریم. ارتفاع بیضوی نقاط را همانطور که قبلا ذکر شد، می توان ازطریق مشاهدات GPS بدست آورد. اما بهترا ست قبل از استفادهٔ مستقیم از این ارتفاعات، آنها را به طریقهٔ کمترین مربعات در شبکه سرشکن کرد.

برای این قسمت از برنامه به سه فایل نیاز داریم:

۱) فایل موقعیت سطحاتی و ارتفاع نقاط کنترل ژئودزی. اطلاعات این فایل شامل موارد ذیل می گردند:
نام ایستگاه، مختصات سطحاتی (X و Y)، و ارتفاع بیضوی. همانگونه که قبلا نیز اشاره شد، این اطلاعات را می توان از پروندهٔ نقاط کنترل شبکهٔ موجود تأمین کرد.

۲) فایل نقاطی که بسه تازگی با GPS تعیین موقعیت شده اند. اطلاعاتی که در این فایل ذخیره می شوند عبارت اند از:
نام نقاط و مختصات سطحاتی (X و Y) حاصل از سرشکنی سطحاتی شبکه.

۳) فایل تمام بازهای اندازگیری شده با GPS و اختلاف ارتفاع بیضوی آنها.
این اطلاعات بطور دقیق عبارت اند از:
نام ایستگاه های ابتدا و انتهای باز، اختلاف ارتفاع بیضوی دو نقطهٔ انتهایی و ابتدای باز. اسامی ایستگاه هایی که در این فایل بکار می روند، می بایست مشابه یکی از دو فایل فوق باشند.

از این اطلاعات می توان در سرشکنی ارتفاع بیضوی نقاط شبکه استفاده کرد، بدین شکل که ارتفاع نقاط کنترل را ثابت فرض کرده، معادلات شرط موجود را تشکیل می دهیم.

بررسی های اخیر در زمینهٔ دقت GPS نشان می دهند که، دقت این سیستم با افزایش طول باز کاهش می یابد[۲] رابطه ای که بین طول باز و دقت GPS وجود دارد کم و بیش مانند رابطهٔ دقت ترازیابی است. به این خاطر می توان اختلاف ارتفاعات بیضوی حاصل از مشاهدات GPS را متناسب با عکس طول باز وزن دار کرد. (برخی مخالف اینگونه وزن دار نمودن اختلاف ارتفاعات بیضوی هستند، اما به هر حال نتیجه گیری قاطع در این مورد نیازمند مطالعات و نمونه گیری های آماری بسیار است). با حل معادلات نرمال به روش مثلا کلوسکی[4] می توان باقیماندهٔ مشاهدات (ارتفاع بیضوی) را بدست آورد.

زیربرنامهٔ تعیین ارتفاع ارتومتریک

در قسمت نهایی برنامه با ترکیب نتایج حاصل از دو قسمت قبل، می توان ارتفاع ارتومتریک نقاط مجهول را بدست آورد. در این قسمت همچنین می توان با استفاده از فرمول (1) ارتفاع بیضوی نقاط کنترل را نیز حساب کرد.

در خاتمه باید متذکر شد که موفقیت این روش یا کلا هریک از روشهایی که ذکر آنها به میان آمد در گروی وجود اطلاعات ارتفاعی با جاذبه ای دقیق است. مجزا بودن شبکهٔ کنترل سطحاتی و ارتفاعی در ژئودزی کلاسیک مانع آن میگردد که نقاط کنترلی با مختصات سه بعدی (ارتفاعی و سطحاتی) دقیق در اختیار داشته باشیم.

همچنین داشتن اطلاعات جاذبه ای دقیق نیازمند تعیین شکل ژئویید با دقتی مطلوب است، که دستیابی آن تنها از طریق یک همکاری و تلاش بین المللی بهنحسان نقشه برداران امکان پذیر خواهد بود.

4) Cholesky

منابع

1. American Congress on Surveying and Mapping. Definitions of Surveying and Associated Terms. 1978.
2. Crossfield, J. K. «The Time, Distance, Accuracy Characteristics of GPS Surveys.» Paper presented at the California Mapping Conference. October 7, 1988, San Jose, CA.
3. Hardy, R. L. «Multiquadrio Equations of Topography and Other Irregular Surfaces.» Journal of Geophysical Ressarch 76:8 (March 10, 1971): 1905 - 15.
4. Hein, G. U. S. Department of Commerce, National Oceanic and Atmospheric Administration. Orthometric Heigh Determination Using GPS Observations and the Integrated Geodesy Adjustment Model. NOAA Technical Report NOS 110 NGS 32. Rockville, MD, April 1985.
5. King, R. W., Master, E. G.? Rizos, C., Stolz, A. and Collins, J. Surveying With GPS. Monograph 9. The University of New South Wales, School of Surveying, Kensington N. S. W. Australia. (1985): 86 - 97.
6. Nader, F. «Geodesy.» Lecture presented to SE 108 Geodesy class, Surveying Engineering Program, California State University, Fresno, CA, 1987.
7. Schwarz, K. P., Sideris, M. G. and Forsberg, R. «Orthometric Heights Without Leveling.» Jounal of Surveying Engineering, American Society of Civil Engineers 113:1 (February 1988): 28 - 40.
8. Vincenty, T. «Geoid Heights for GPS Densification.» ACSM Bulletin 111. (December 1987): 25 - 26.