

واکاوی تغییر توزیع فراوانی بارش روزانه پایگاه آفرودیت در ایران

اسماعیل نصرآبادی^۱

تاریخ دریافت مقاله: ۹۳/۷/۱

تاریخ پذیرش مقاله: ۹۳/۹/۱۵

چکیده

واکاوی تغییرات ویژگی‌های بارش روزانه در برنامه‌ریزی منابع آب و الگوهای کشت اهمیت زیادی دارد. در این پژوهش، تغییرات برازنده‌ترین توزیع فراوانی و فراسنج‌های آن در طی زمان بررسی می‌شود. به این منظور از داده‌های بارش روزانه شبکه‌بندی شده پایگاه داده بارش آفرودیت خاورمیانه به ابعاد $۰/۲۵ \times ۰/۲۵$ درجه طول / عرض جغرافیایی استفاده شده است. داده‌های بارش روزانه این پایگاه داده در محدوده ایران طی دوره ۱۳۳۰/۱/۱ تا ۱۳۸۵/۱۲/۲۹ (معادل ۲۰۴۵۳ روز) خورشیدی به کمک نرم‌افزار Grads استخراج گردید. برای ردیابی تغییرات در طی زمان، داده‌ها به دو دوره ۲۸ ساله تقسیم شد. داده‌های بارش دوره نخست از ۱۳۳۰/۱/۱ تا ۱۳۵۷/۱۲/۲۹ در یک آرایه به ابعاد ۱۰۲۲۶×۲۴۹۱ و داده‌های دوره دوم از ۱۳۵۸/۱/۱ تا ۱۳۸۵/۱۲/۲۹ در یک آرایه به ابعاد ۱۰۲۲۷×۲۴۹۱ (ردیف‌ها تعداد روز و ستون‌ها تعداد یاخته) قرار داده شد. برای شناسایی برازنده‌ترین توزیع روزهای بارشی، از آزمون نیکویی برازش کلموگروف-اسمیرنف استفاده شد. با برنامه نویسی در محیط نرم‌افزار Matlab توابع توزیع تیپ نرمال و گاما بر تک تک یاخته‌های بارش برازش داده شد. تابع نظری توزیع گامای دو فراسنجی و نمایی توانسته‌اند شرایط آماری لازم آزمون نیکویی برازش در سطح اعتماد ۹۵٪ را به عنوان برازنده‌ترین توزیع در هر دو دوره احراز نمایند. تغییرات گسترده زمانی و مکانی در توزیع بارش به عنوان یکی از مؤلفه‌های ردیابی تغییر اقلیم تأیید نمی‌شود. محاسبه فراسنج‌های برازنده‌ترین توزیع با روش گشتاور خطی حکایت از تغییرات جزئی در الگوی پراکندگی فضایی این فراسنج‌ها دارد. اما این تغییرات از الگوی خاصی پیروی نمی‌کند. نگاشت تغییر فراسنج انحراف معیار نشان می‌دهد در بخش وسیعی از ایران مرکزی و غرب کشور در دهه‌های اخیر اعتماد به بارش کاهش یافته است.

واژه‌های کلیدی: آزمون کلموگراف-اسمیرنف، گشتاور خطی، فراسنج‌های توزیع فراوانی، آفرودیت، ایران

۱- مقدمه

توزیع فراوانی عناصر اقلیمی موسوم است چندی است رواج بسیاری یافته چرا که توزیع بارش روزانه روی هم رفته هیدرواقلیم به ویژه خشکسالی، سیلاب و جریان آب را تحت تأثیر قرار می‌دهد (بکر^۲، ۲۰۰۹: ۳) و با هر تغییری در توزیع فراوانی بارش و یا فراسنج‌های آن قابلیت دسترسی جانداران و انسان به منابع، تحت تأثیر قرار می‌گیرد. بنابراین در مطالعات تغییر اقلیم به این ویژگی‌ها توجه شده و برنامه‌ریزی‌ها بر آن اساس صورت می‌گیرد.

توابع توزیع نظری قادر به نمایش قابل قبولی از داده‌های واقعی هستند. یک تابع توزیع نظری مناسب قادر است ویژگی‌های حجم زیادی داده مثلاً داده‌های بارش روزانه را به فراسنج‌های توزیع کاهش دهد (رحیم‌زاده، ۱۳۹۰: ۱۱۴)؛ بنابراین بررسی تغییرات در این فراسنج‌ها راهی مناسب و ساده برای پی بردن به تغییر ویژگی‌های داده‌های با تعداد زیاد است. مطالعات زیادی، در حوزه اقلیم‌شناسی و آب‌شناختی و علوم مرتبط مانند آمار به استفاده از توابع توزیع فراوانی مناسب بارش، روش‌های برازش و محاسبه فراسنج‌ها اختصاص یافته است از این نوع پژوهش‌ها می‌توان به مطالعات برازش هفت تابع بر بیشینه بارش روزانه چهار ایستگاه ناحیه توکات ترکیه و برآورد فراسنج‌ها با شیوه‌ی گشتاور خطی (یورکلی^۳، ۲۰۰۵)، استفاده از آزمون مربع متوسط باقی مانده‌ها و مربع خی دو برای برازش بر بارش سالانه‌ی ۶۵ ایستگاه استان گلستان و مازندران در دوره‌ی ۱۹۷۲ تا ۲۰۰۱ و محاسبه فراسنج‌های توزیع مناسب به کمک روش‌های گشتاور و بیشینه درست‌نمایی (مهدوی و همکاران، ۲۰۱۰: ۱۶۱)، برازش توزیع‌ها بر داده‌های بارش سالانه ۱۳ ایستگاه اردن در دوره ۱۹۵۳ تا ۲۰۰۲ و انتخاب سه توزیع مناسب لوگ پیرسون تیپ سه، توزیع گاما و لوگ نرمال سه پارامتری برای داده‌ها (داهامش و اکسوی^۴، ۲۰۰۶: ۲۱)، استفاده از داده‌های بارش روزانه ۲۳۷ ایستگاه با پراکندگی مناسب در ۴۹ ایالت ایالات متحده

بارش مهمترین متغیر آب‌شناختی است که پیوند میان جو و فرآیندهای سطحی را برقرار می‌سازد. سه چهارم گرمای جو حاصل آزاد سازی گرمای نهان تبخیر است. از این گذشته، پراکنش ابر و بخار آب در ترازمندی تابش نقش دارد. ناهنجاری مثبت و منفی بارش سبب بروز سیل و خشکسالی می‌شود. (مسهودیان و همکاران، ۱۳۹۳: ۷۳) خاستگاه علاقه‌مندی دانشمندان به واکاوی بلند مدت بارش ارزیابی تغییر اقلیم و پیامدهای آن بر جنبه‌های گوناگون زندگی بشر از کشاورزی و آب‌شناختی تا آلودگی و حفظ اکوسیستم‌های طبیعی است. بر مبنای چنین نیازی، دانشمندان از زوایای گوناگون و باروش‌های متنوع به مطالعه تغییر در ویژگی‌های مختلف بارش به عنوان یکی از مؤلفه‌های مهم تغییر اقلیم پرداخته‌اند. به عنوان نمونه اخیراً برخی دانشمندان در مطالعات مربوط به تغییر اقلیم توجه خود را به ردیابی دگرگونی توزیع فراوانی مشاهدات معطوف داشته‌اند. زیرا معتقدند که گاهی یک جابه‌جایی ساده در میانگین و یا پراش قادر است اثرات معنی‌دار و تغییرات قابل توجهی بر توزیع فراوانی، شدت و تداوم آنها به شکل توأم یا منفرد بر جای نهد. (عساکره، ۲۰۱۳: ۵۱) به عبارت دیگر، در اغلب مطالعاتی که در گذشته در مورد تغییر اقلیم صورت می‌گرفت فرض می‌شد که فقط میانگین عناصر در معرض تغییر قرار دارد در حالیکه در واقعیت ممکن است حتی با وجود عدم تغییر در میانگین، دیگر فراسنج‌های توزیع فراوانی تغییر کنند. تغییر اقلیم، مستلزم تغییرات در هر دوی فراسنج موقعیت و مقیاس است. (کاتز^۱، ۱۹۹۳: ۱۶۷) شاید به همین دلیل است که سازمان جهانی هواشناسی پیشنهاد کرده تا در تحلیل تغییر (پذیری) اقلیم، علاوه بر مطالعه تغییر میانگین و تحلیل روند عناصر اقلیمی، بررسی، تحلیل و تبیین تغییر پراش سری‌های زمانی و شکل توزیع فراوانی مورد توجه قرار گیرد. این نوع مطالعات که در سطح جهانی به مطالعه «تغییر

^۲-Becker

^۳-Yurekli

^۴- Dahamshehand Aksoy

^۱-Katz

برخی محققین جهت ردیابی تغییر اقلیم به بررسی تغییر توزیع فراوانی بارش در طول زمان به عنوان یکی از مؤلفه‌های مؤثر بر اقلیم پرداخته‌اند به عنوان مثال بنگای^۱ و همکاران داده‌های بارش روزانه‌ی ۶۰ ایستگاه فلسطین اشغالی در فصل بارش (اکتبر- تا می) سال‌های ۱۹۳۱ تا ۱۹۹۰ را به دو دوره تقسیم کرده و با روش کلموگروف - اسمیرنف برازنده‌ترین توابع توزیع فراوانی را آزمون نمودند. آنها توزیع گاما را مناسب‌ترین توزیع برازش یافته بر بارش دانسته و تغییرات فراسنج‌های این توزیع را مورد بررسی قرار دادند. (بنگایو همکاران، ۱۹۹۱: ۱۸۰) عساکره (۲۰۰۸) با استفاده از آزمون نیکویی برازش کلموگروف - اسمیرنف توزیع گاما را برازنده‌ترین تابع توزیع فراوانی برای بیان ویژگی‌های داده‌های بارش ماهانه‌ی ۲۳۲ ایستگاه همدید و اقلیمی ایران در دوره‌ی ۱۹۶۱ تا ۲۰۰۳ دانسته است. وی با روش گشتاور فراسنج‌های توزیع فراوانی گاما را محاسبه کرده است. نتایج این تحقیق سه فاز تغییر در بارش ماهانه‌ی ایران در دهه‌های اخیر را تأیید کرده است. (عساکره، ۲۰۰۸: ۱۸۴) عساکره (۱۳۹۱) با بررسی تغییر توزیع فراوانی بارش‌های فرین شهر زنجان نشان می‌دهد فراسنج شکل توزیع فراوانی بارش‌های حاصل از صدک پنجم در نیمه اول و دوم با هم متفاوت بوده و توزیع چوله به چپ در نیمه اول به توزیع چوله به راست در نیمه دوم تغییر یافته است. این تغییر، توأم با کاهش میانگین و چولگی این توزیع بوده است. (عساکره، ۱۳۹۱: ۵۱) در سال‌های اخیر از پایگاه داده آفرودیت^۹ در محدوده ایران در مطالعات زیادی استفاده شده است به طور مثال نصرآبادی و همکاران (۲۰۱۳) در مقایسه برآورد بارش حاصل از داده‌های پایگاه آفرودیت و اسفزاری^{۱۰} به این

و پیشنهاد استفاده از توزیع پیرسون تپ سه برای سری‌های بارش دستکاری نشده و توزیع کاپای چهار فراسنجی برای سری‌های بارش روزهای مرطوب به جای استفاده از توزیع گامای دو فراسنجی برای بارش (هانسون و وگل، ۲۰۰۹: ۴)، مناسب دانستن توزیع لجستیک تعمیم یافته، توزیع مقادیر فرین تعمیم یافته و توزیع نرمال به ویژه لوگ نرمال سه فراسنجی برای بیان ویژگی‌های داده‌های بارش روزانه ۵۵ ایستگاه کشور مالزی در دوره ۱۹۹۷ تا ۲۰۰۷ و برآورد فراسنج‌های توزیع به روش گشتاور خطی و گشتاورهای خطی استاندارد شده (شیری و آریف، ۲۰۰۹: ۱۵۲)، مطالعه بر روی داده‌های بارش سالانه ۱۳ ایستگاه اردن در دوره ۱۹۵۳ تا ۲۰۰۲ و مناسب دانستن سه توزیع لوگ پیرسون تپ سه، توزیع گاما و لوگ نرمال سه پارامتری جهت بیان ویژگی‌های بارش سالانه (داهمش و اکسوی، ۲۰۰۶: ۲۱۰)، استفاده از آزمون کلموگروف - اسمیرنف^۴ جهت برازش توابع توزیع فراوانی بر بارش‌های روزانه میانبایی شده ایستگاه‌های آفریقا در دوره ۱۹۶۱ تا ۱۹۹۶ و تأیید نیکویی برازش توزیع گاما بر ۹۸ درصد همه‌ی مکان‌ها و در تمامی ماه‌ها (موسک^۵ و همکاران، ۲۰۰۷: ۹۳۵)، واکاوی توزیع احتمال داده‌های ۳۷ ساله بیشینه باران روزانه، هفته‌ای، ماهانه، فصل موسمی و سالانه هند حکایت از آن دارد که توزیع لوگ نرمال، گاما و توزیع مقادیر حدی به ترتیب مناسب‌ترین توزیع بر داده‌های سالانه، فصل موسمی و هفته‌ای به شمار می‌آیند و برازنده‌ترین توزیع داده‌های ماهانه از ماهی به ماه دیگر تفاوت می‌کند (شارما و سینگ^۶، ۲۰۱۰: ۴۰) و به بررسی مطالعات قبلی ویلکس (۱۹۸۹) و کاتز (۱۹۷۷) توسط اکسوی^۷ و تأیید مناسب بودن توزیع گامای دو فراسنجی را برای داده‌های بارش روزانه (اکسوی، ۲۰۰۰: ۴۲۷) اشاره کرد.

8- Ben-Gai

9- Asian Precipitation - Highly-Resolved Observational Data Integration Towards Evaluation of Water Resources (APHRODITE's Water Resources)

۱۰- پایگاه داده‌ی ملی اسفزاری توسط دکتر مسعودیان با استفاده از داده‌های میانبایی شده به روش کریگینگ ۱۴۳۷ ایستگاه هواشناسی پراکنده در سراسر کشور فراهم شده است. این پایگاه داده به افتخار ریاضیدان، اخترشناس و اقلیم‌شناس برجسته ایرانی حکیم ابوحاتم اسفزاری (حدود ۵۰۶-۴۳۷ ق) نگارنده کتاب آثار علوی درباره‌ی هواشناسی به این نام نامیده شده است.

1- Hanson and Vogel

2- Shabri and Ariff

3- Dahamshehand Aksoy

4- Kolmogorov-Smirnov

5- Husak

6- Sharma and Singh

7- Aksoy

این پایگاه داده با ابعاد $0/25 \times 0/25$ درجه طول / عرض جغرافیایی در محدوده ایران به کمک نرم افزار گرادس استخراج شد؛ داده‌های بارش روزانه این پایگاه داده برای دوره ۱۳۳۰/۱/۱ تا ۱۳۸۵/۱۲/۲۹ (معادل ۲۰۴۵۳ روز) خورشیدی در محدوده ایران ۲۴۹۱ یاخته را در بر می‌گیرد. (نگاره ۱) نگاره ۲ میانگین بارش سالانه ۵۶ ساله این پایگاه داده برای ایران را نشان می‌دهد. به منظور بررسی تغییر توزیع فراوانی در طول زمان کل داده‌ها به دو دوره ۲۸ ساله تقسیم شد. داده‌های بارش دوره نخست از ۱۳۳۰/۱/۱ تا ۱۳۵۷/۱۲/۲۹ در یک آرایه به ابعاد 10226×2491 و داده‌های دوره دوم از ۱۳۵۸/۱/۱ تا ۱۳۸۵/۱۲/۲۹ در یک آرایه به ابعاد 10227×2491 (ردیف‌ها تعداد روز و ستون‌ها تعداد یاخته‌ها) قرار داده شد. آماره آزمون کلموگروف-اسمیرنوف در هر یاخته برای توزیع‌های خانواده نرمال (نرمال استاندارد و لوگ نرمال) و خانواده توزیع گاما (گامای دو فرانسجی و نمایی) که توسط عساکره (۱۳۹۰)، علیزاده (۱۳۹۰)، اکسوی (۲۰۰۰) و هوسک (۲۰۰۷) پیشنهاد شده است محاسبه شد. از میان این توابع، فقط دو توزیع خانواده گاما توانستند شرایط لازم آزمون آماری کلموگراف-اسمیرنوف را احراز کنند. بنابراین نگاهت برانزنده‌ترین توزیع و تغییرات آن در گذر زمان مورد بررسی قرار گرفت. در پایان فرانسجی‌های برانزنده‌ترین توزیع با روش گشتاور خطی محاسبه شده و به کمک نرم‌افزار سرفرا^۶ نگاهت فرانسجی‌ها رسم و تغییرات هر دوره نسبت به دوره قبل مقایسه شد.

۲-۱- توابع توزیع خانواده گاما

فقط توابع توزیع فراوانی خانواده گاما توانستند شرایط آماری آزمون نیکویی برازش را احراز کنند. بنابراین در ادامه ویژگی‌های مربوط به این خانواده توزیع فراوانی بررسی می‌شود. هر چند به لحاظ تئوری برازش توزیع نرمال بر داده‌ها امکان دارد اما با توجه به سرشت داده‌های اقلیمی مانند بارش و آن هم در مناطقی با شرایط اقلیمی ایران

نتیجه رسیده‌اند که بارش برآوردی پایگاه آفردیت به ویژه در سال‌های اول تأسیس از مقدار بارش برآوردی پایگاه اسفزاری ایران کمتر است. (نصرآبادی و همکاران، ۲۰۱۳: ۲۴۷) دارند و دانشور (۲۰۱۴) با استفاده از داده‌های پایگاه آفردیت به ناحیه‌بندی بارش ایران پرداخته‌اند. آنها داده‌های این پایگاه را مناسب ناحیه‌بندی رژیم‌های بارشی مناطق خشک و نیمه خشک ایران و کشورهای خاورمیانه دانسته‌اند. (دارند و منصور، دانشور، ۲۰۱۴: ۵۱۷)

این پژوهش به دنبال پاسخ به این سؤالات است که «آیا توزیع فراوانی بارش پایگاه آفردیت محدوده‌ی ایران در طول زمان تغییر کرده است؟» و «آیا فرانسجی‌های شکل، مقیاس، میانگین و انحراف معیار برانزنده‌ترین تابع توزیع فراوانی در داده‌های بارش نیمه اول دوره‌ی مطالعه نسبت به داده‌های بارش نیمه دوم مورد مطالعه تغییر کرده است و آیا این تغییرات در مناطق جغرافیایی ایران از یک الگوی مشخص پیروی می‌کند؟»

۲- داده‌ها و روش مطالعه

آفرودیت، یک پایگاه داده‌ی بارش شبکه‌ای روزانه نوین با تفکیک مناسب مکانی برای مناطق مختلف آسیا است. که از منابع سازمان‌های هواشناسی و آبشناسی محلی و یا پژوهشگران هر منطقه، شبکه‌ی جهانی داده‌های اقلیمی تاریخی (GHCN)^۱، مرکز واکاوی اطلاعات دی اکسید کربن (CDIAC)^۲، بایگانی داده‌های مرکز ملی پژوهش‌های جوی (NCAR-DS)^۳، مرکز ملی داده‌های اقلیمی (NCDC)^۴ و داده‌های سامانه‌ی پیوند از دور سیاره‌ای (GTS)^۵ و داده‌های جمع‌آوری شده آفرودیت استفاده می‌کند. (باتامی و همکاران، ۲۰۰۹: ۱۳۷) در این پژوهش، داده‌های بارش روزانه شبکه‌بندی شده محدوده طول ۲۰ تا ۶۵ درجه شرقی و عرض ۱۵ تا ۴۵ درجه شمالی نسخه VI003R1 خاورمیانه

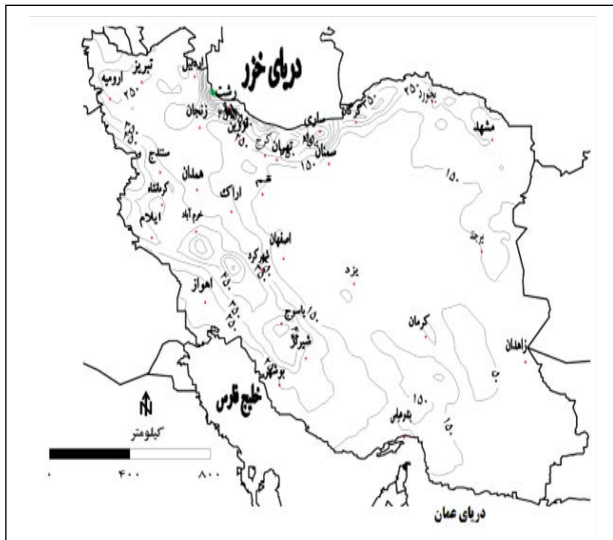
^۱- Global Historical Climatology Network (GHCN)

^۲- Carbon Dioxide Information Analysis Center (CDIAC)

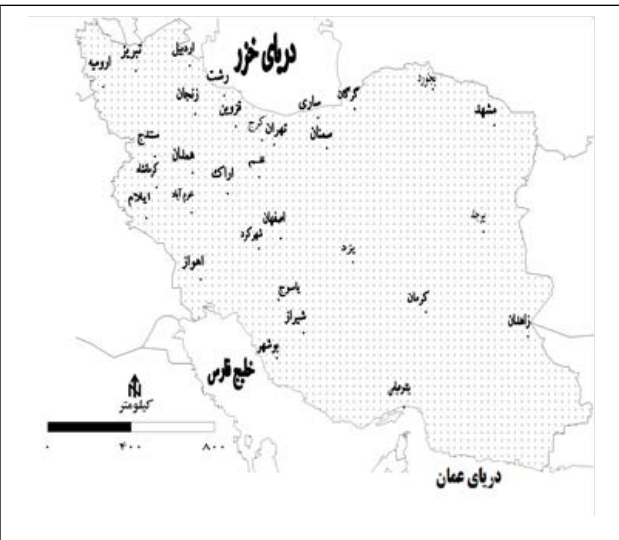
^۳National Center for Atmospheric Research, Data Archive (NCAR-DS)

^۴- National Climatic Data Center (NCDC)

^۵- Global Telecommunication System (GTS)



نگاره ۲: آرایش مکانی میانگین ۵۶ ساله بارش سالانه پایگاه آفرودیت در ایران



نگاره ۱: شبکه‌بندی منظم یاخته‌های پایگاه آفرودیت روی ایران

توزیع نمایی تبدیل می‌شود و تابع چگالی احتمال آن به شکل رابطه‌ی ۲ است. (واکازامی، ۲۰۱۱: ۳۱) شکل تابع چگالی احتمال این توزیع، در واقع به صورت نمایی رو به کاهش می‌گذارد. رابطه‌ی ۲ جهت واکاوی، انتگرال‌پذیر است.

$$F(x) = \frac{(x/\beta)^{\alpha-1} \exp(-x/\beta)}{\beta \Gamma(\alpha)}, x, \alpha, \beta > 0 \quad (۱)$$

$$F_x = \frac{1}{\beta} \exp\left(-\frac{x}{\beta}\right), x \geq 0 \quad (۲)$$

۲-۲-آزمون نیکویی برازش

هرچند توزیع احتمال واقعی مشاهدات در عمل مجهول است اما می‌توان با مطالعه تعدادی توزیع نظری و بر اساس نمونه‌های موجود، بهترین توزیع نظری مناسب را از طریق آزمون‌های آماری برگزید. به این توزیع‌های نظری گاهی مدل‌های احتمال هم گفته می‌شود. انتخاب بهترین توزیع نظری (مدل احتمال) برازش نامیده می‌شود برازش دادن یک مدل در واقع انتخاب مدلی است که بهتر از هر مدل دیگری، رفتار مشاهدات را بیان کند و نمایشی از واقعیت‌هایی باشد که در طبیعت رخ داده و می‌دهد. روش‌های نیکویی برازش را می‌توان به دو گروه ترسیمی (شهودی، غیر رسمی، عینی

برازش توزیع نرمال نتایج دقیقی به دست نمی‌دهد؛ نتیجه‌ای که در این تحقیق نیز محرز شد. هوسک و همکاران به دلایل زیر توزیع گاما را یک انتخاب مناسب برای توصیف مقادیر بارش می‌دانند: نخست آن که توزیع گاما در سمت چپ به کران صفر محدود می‌شود و این برای بارش که مقادیر منفی یا زیر صفر در آن غیر ممکن است اهمیت دارد. دوم این توزیع چولگی مثبت دارد به این معنی که دنباله توزیع به راست کشیده شده است. این یک مزیت به حساب می‌آید چرا که قادر به نمایش داده‌های واقعی بارش در مناطق که پربارش نیست اما بخش زیادی از بارش در چند بارش به دست می‌آید، است و سرانجام این تابع انعطاف‌پذیری بالایی در شکل تابع توزیع دارد. (هوسک و همکاران، ۲۰۰۷: ۹۳۷) نگاره ۳ این تنوع شکل را با مقدار فراسنج میانگین ۲۰ با مقادیر مختلف فراسنج شکل و مقیاس نشان می‌دهد. تابع گاما دارای کمیتی به نام تابع گاما $\Gamma(\alpha)$ می‌باشد. (ویلکس، ۲۰۰۶: ۹۶) که به شدت به آن وابسته است. تابع چگالی احتمال توزیع گاما به صورت رابطه‌ی ۱ تعریف می‌شود. تابع چگالی احتمال توزیع گاما بسته به فراسنج شکل از تنوع وسیع شکل برخوردار است برای مقدار $\alpha = 1$ توزیع گاما به

۲-۳- برآورد فراسنج‌ها به روش گشتاور خطی

یکی از تکنیک‌های رایج در روش گشتاور موسوم به گشتاور خطی^۱ است. در گشتاورهای معمولی ارزش داده‌ها مربع یا مکعب می‌شود اما احتمالات در گشتاورهای خطی ضرب می‌شود. در این حالت وزن کمتری به مقادیر بسیار کوچک و بسیار بزرگ داده می‌شود. (عساکره، ۱۳۹۰: ۳۴۶) استفاده از گشتاور خطی به ویژه زمانی که توزیع دارای چولگی باشد نسبت به گشتاورهای معمولی راحت‌تر و آسانتر است. (اسلامیان و سلطانی کوپایی، ۱۳۸۱: ۶۶) گشتاورهای موزون احتمال را به شکل رابطه ۵ تعریف می‌کنند.

$$\beta_r = E[x\{F(x)\}^r] \quad (5)$$

در این رابطه $F = F(x)$ تابع توزیع تجمعی برای x است $x(F)$ معکوس تابع توزیع تجمعی x در احتمال F ارزیابی می‌شود و $r = 0, 1, 2, \dots$ عدد صحیح غیر منفی است. وقتی $r = 0$ باشد β_0 برابر میانگین توزیع $\mu = E[x]$ است. برای هر توزیع r امین λ_r گشتاور خطی وابسته به r امین تابع موزون احتمال به طریق رابطه ۶ است.

$$\lambda_{r+1} = \sum_{k=0}^r \beta_k (-1)^{r-k} \binom{r}{k} \binom{r+k}{k} \quad (6)$$

برخلاف توزیع نرمال که با یک پارامتر تنها مانند میانگین و یا انحراف معیار می‌توان مستقیماً به درک شهودی جنبه‌هایی از توزیع دست پیدا کرد برای تفسیر توزیع گاما نیاز است هر دو فراسنج شکل و مقیاس با هم در نظر گرفته شوند. نواحی با مقادیر مشابه فراسنج شکل اما مقادیر متفاوت فراسنج مقیاس تابع چگالی توزیع متفاوتی از بارش را توصیف می‌کنند. فراسنج شکل، فرم (نگاره) منحنی را توصیف می‌کند توزیع‌های با فراسنج شکل کم به طور مثبتی چوله هستند و همان طور که مقادیر فراسنج شکل افزایش می‌یابد منحنی بیشتر متقارن می‌شود. در ارزیابی حوزه فراسنج‌ها می‌توان گفت مناطقی که مقادیر کمینه بارش را

و یا کیفی) و روش‌های برآورد فراسنج‌ها (کمی، رسمی) مبتنی بر آزمون فرض طبقه‌بندی کرد. در روش‌های کمی تشخیص نیکویی برازش، مجموعه‌ای از آزمون فرض‌ها برای ارزیابی فرض صفر (داده‌ها از توزیع مفروض استخراج شده‌اند) مورد استفاده قرار می‌گیرند. (نصرآبادی و همکاران، ۱۳۹۳: ۶) مراحل محاسباتی آزمون کلموگروف-اسمیرنوف شامل محاسبه‌ی احتمال تجمعی مشاهده شده و احتمال تجمعی نظری، محاسبه تفاضل احتمال تجمعی مشاهده شده و نظری، انتخاب بزرگترین مقدار عددی تفاضل‌های محاسبه شده به عنوان آماره‌ی آزمون $(D)_n$ و مقایسه آماره‌ی آزمون $(D)_n$ و C_α بحرانی در جدول در سطح معناداری مورد نظری باشد؛ مثلاً سطح اعتماد ۵ درصد $\alpha = 0.05$ این پژوهش به این معنی است که نتایج آزمون در ۵ درصد موارد اشتباه و در ۹۵ درصد موارد صحیح است. (علیزاده، ۱۳۹۰: ۷۴۱) آماره‌ی این آزمون یعنی D_n از رابطه‌ی ۳ به دست می‌آید. اگر آماره آزمون مشاهده شده بزرگتر از C_α بود، در سطح معنی‌داری منتخب شواهد کافی برای پذیرش فرض صفر (بین توزیع تئوری و توزیع داده‌های تجربی هیچ گونه اختلاف معنی‌داری وجود ندارد) وجود نخواهد داشت. (عساکره، ۱۳۹۰: ۵۱۲)

$$D_n = \max_x |F_n(x) - F(x)| \quad (3)$$

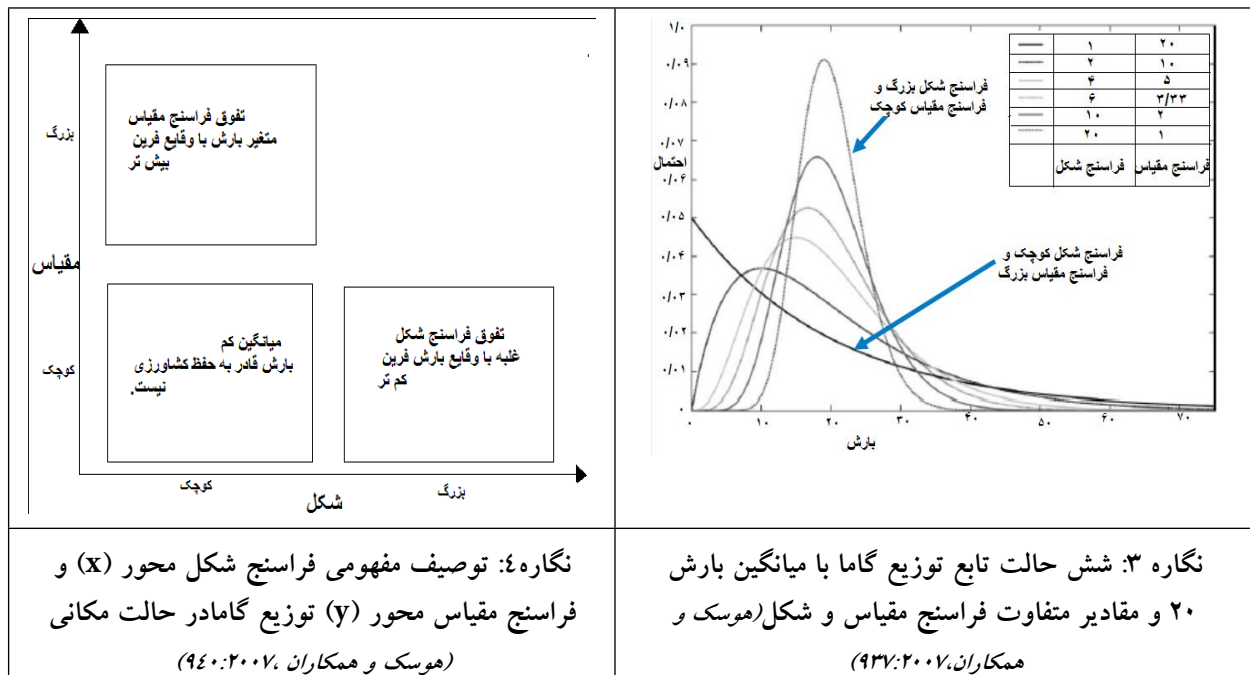
در اینجا $F_n(x)$ احتمال تجمعی تجربی است که مانند $F_n(x_i) = i/n$ برای کوچکترین مقدار i امین داده برآورد می‌شود و $F(x)$ تابع توزیع تجمعی نظری است که در x ارزیابی می‌شود. بنابراین آماره‌ی D_n آزمون کلموگراف - اسمیرنوف بیشینه‌ی قدر مطلق تفاضل تابع توزیع تجربی و نظری را آشکار می‌کند.

(۴)

$$C_\alpha = \frac{k_\alpha}{\sqrt{n+0.12+0.11/\sqrt{n}}}, \text{ for } \alpha = 0.1, k_\alpha = 1.224, \text{ for } \alpha = 0.05, k_\alpha = 1.358, \text{ for } \alpha = 0.01, k_\alpha = 1.628$$

فرض صفر برای $D_n \geq C_\alpha$ رد می‌شود. (ویلیکس، ۲۰۰۶: ۱۴۸)

^۱-L-Moment



جدول ۱- مقایسه آماره‌های آزمون کلموگروف- اسمیرنف داده‌های آفرودیت دوره نخست و دوره دوم (**)

آماره آزمون	توزیع	نرمال	*نرمال	لوگ نرمال	*لوگ نرمال	گاما	*گاما	نمایی	*نمایی
مجموع	۱۵۴۴	۱۵۴۳	۱۳۸۱	۱۳۸۲	۲۶۵	۲۶۷	۳۶۷	۳۶۷	
کمینه	۰/۵۷	۰/۵۷	۰/۴۹	۰/۴۹	۰/۰۵	۰/۰۵	۰/۰۷	۰/۰۷	
بیشینه	۰/۶۸	۰/۶۸	۰/۶۵	۰/۶۶	۰/۱۶	۰/۱۵	۰/۲۳	۰/۲۲	
میانگین	۰/۶۲	۰/۶۱	۰/۵۵	۰/۵۵	۰/۱	۰/۱	۰/۱۴	۰/۱۴	

می‌دهد. تفوق فراسنج مقیاس بارش به این مفهوم است که در این نواحی پراش در مقایسه با میانگین نسبتاً بزرگ است. بنابراین اگر فراسنج شکل ثابت نگه داشته شود همچنان که فراسنج مقیاس افزایش می‌یابد یک میانگین بزرگتر همراه با پراش بزرگتر هم وجود دارد.

۳- یافته‌های تحقیق

۳-۱- مقایسه آماره‌های آزمون کلموگروف-

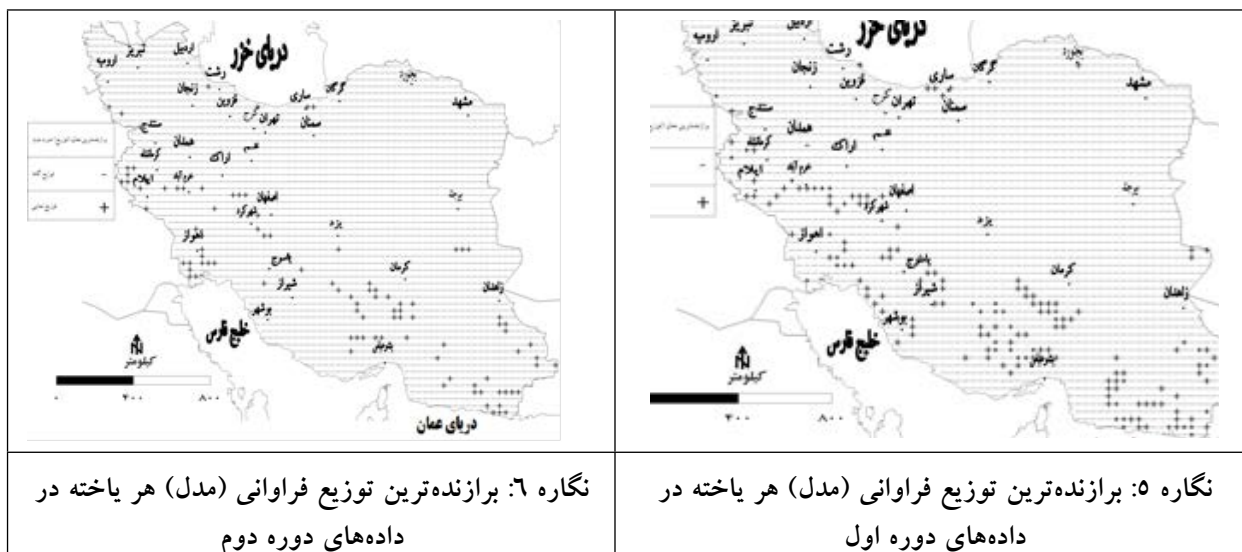
اسمیرنف

جدول ۱ آماره‌های آزمون کلموگروف- اسمیرنف که برای مقایسه شباهت بین تابع توزیع تجربی و تابع توزیع نظری هر یک از توابع توزیع چهار گانه نرمال استاندارد، لوگ نرمال، گاما و نمایی محاسبه شده نشان می‌دهد

دریافت می‌کنند به وسیله یا فراسنج شکل زیاد یا فراسنج مقیاس زیاد اما نه با مقادیر زیاد هر دوی این فراسنج‌ها توصیف می‌شوند. در این حالت از اصطلاح «تفوق نگاره» برای مکان‌های با فراسنج شکل بزرگتر و یا «تفوق مقیاس» برای مکان‌های با فراسنج مقیاس بزرگتر استفاده می‌شود. نگاره ۴ گرافیک مفهومی این دو فراسنج را نشان می‌دهد. مناطق خالی گراف نواحی با حداقل کمینه بارش را مشخص می‌کنند که یا در طبقه تفوق شکل یا تفوق مقیاس قرار دارند. نواحی تفوق فراسنج شکل، نواحی که الگوی بارش آنها تمایل به سمت توزیع متقارن شدن دارند را نشان

^۱shape-dominated

^۲scale-dominated



شده تابع توزیع نمایی دوره نخست در دوره دوم این نقش را به تابع گامای دو فراسنجی سپرده است. در دیگر مناطق برازنده‌ترین تابع توزیع فراوانی گاما و نمایی در دو دوره تغییری نکرده است.

از مهمترین تغییرات توزیع فراوانی دو دوره به موارد زیر می‌توان اشاره کرد جلگه خوزستان که در دوره نخست توزیع تجربی شبیه به توزیع گاما داشته در دوره دوم چولگی در بارش‌های روزانه افزایش پیدا کرده و داده‌ها از تابع نمایی پیروی می‌کنند، اتفاقی که در مورد نهبندان در خراسان رضوی هم به وقوع پیوسته است. اما برعکس در مناطقی مانند شمال زابل و بین ساری تا بابل چولگی داده‌های بارش در دوره دوم نسبت به دوره نخست کاهش یافته و داده‌های بارش روزانه در یاخته‌هایی که از توزیع نمایی پیروی می‌کردند از توزیع گاما پیروی می‌کنند.

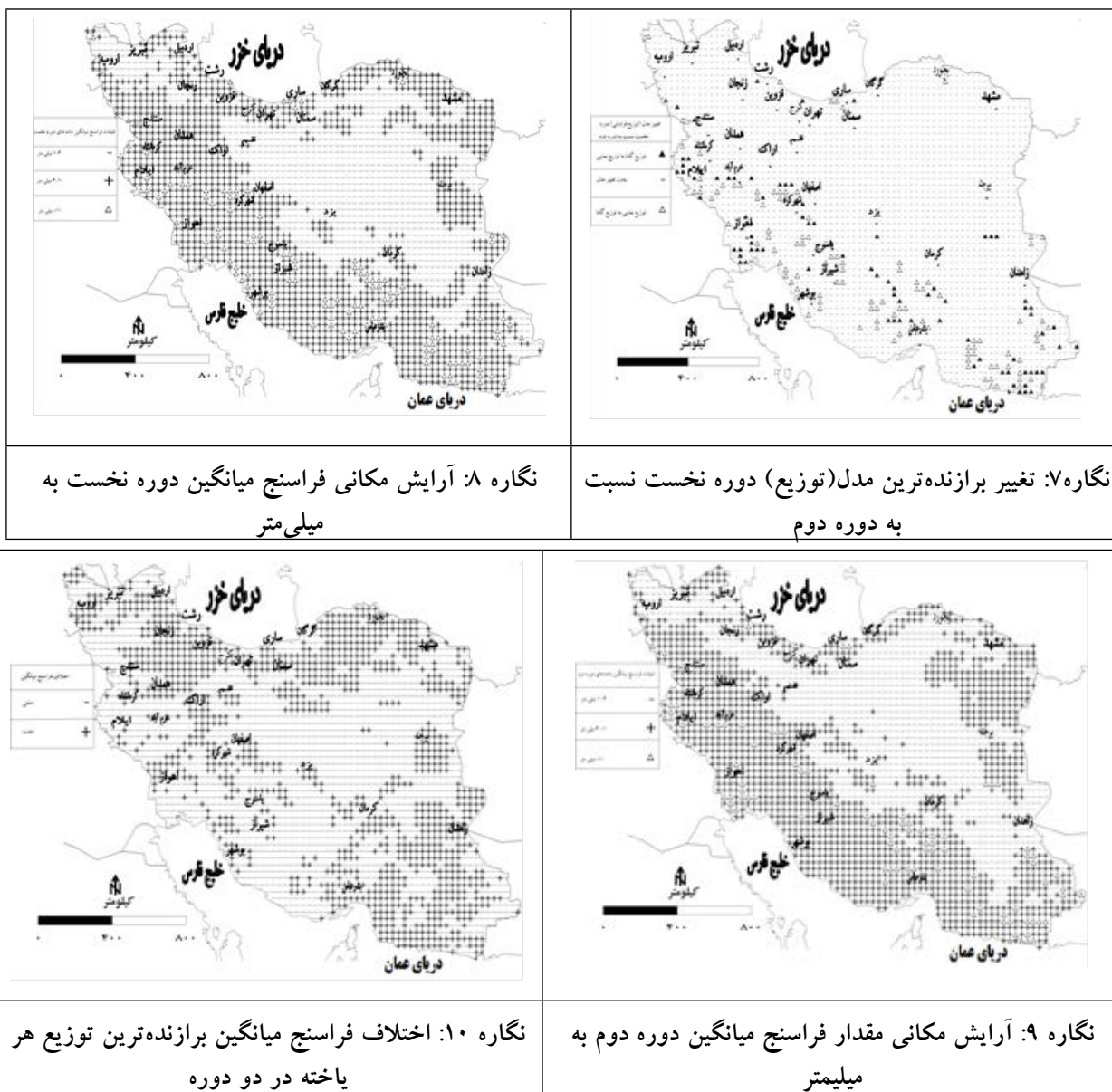
۳-۳- مقایسه فراسنج‌های توزیع برازنده بر داده‌های بارش

نگاره ۸ و ۹ نداشت مکانی فراسنج میانگین بارش روزانه مورد انتظار توزیع گاما در دوره نخست و دوم را نشان می‌دهد. ایران مرکزی در محدوده فراسنج میانگین ۱ تا ۳ میلیمتر قرار دارد. محدوده مناطق با این مقدار فراسنج میانگین در دوره دوم نسبت به دوره نخست به سمت

آماره‌های آزمون در دوره نخست نسبت به دوره دوم تفاوت معنی داری به جهت آماری نداشته است.

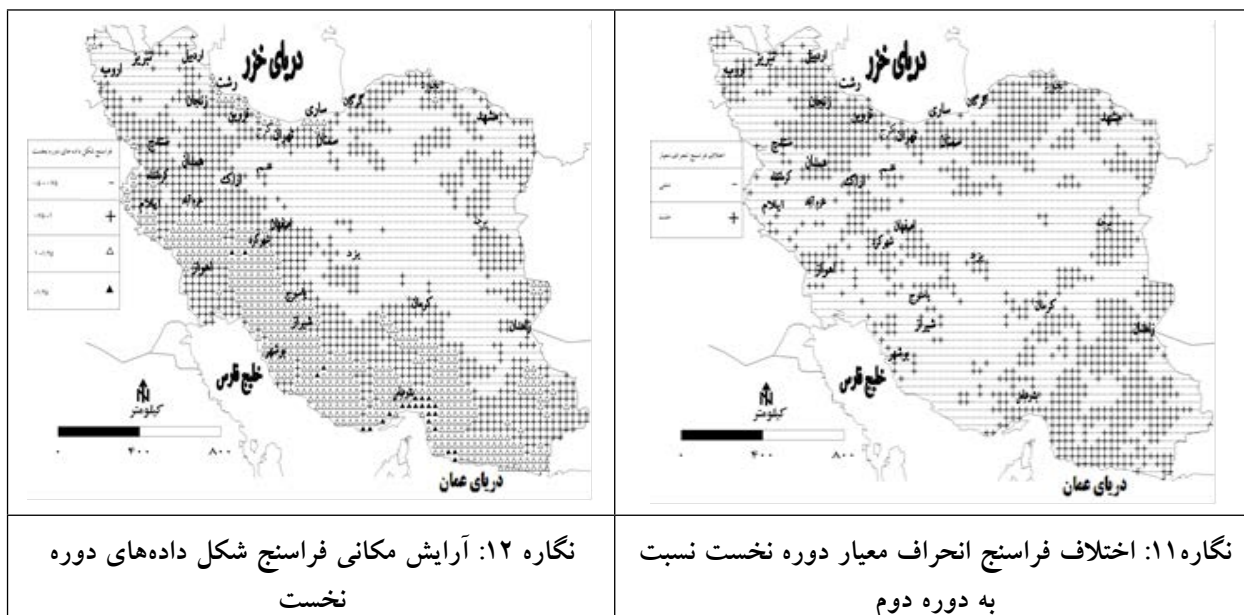
۳-۲- بررسی تغییرات برازنده‌ترین توزیع در هر یاخته

از بین چهار توزیع نرمال استاندارد، لوگ نرمال، گامای دو فراسنجی و نمایی که بر تک تک ۲۴۹۱ یاخته با ابعاد 0.25×0.25 درجه طول/عرض جغرافیایی در هر دوره به صورت مجزا برازش داده شدند. فقط دو توزیع گامای دو فراسنجی و توزیع نمایی توانستند شرایط آماری لازم آزمون نیکویی برازش را احراز کنند. با توجه به نگاره ۵ و ۶ بارش روزانه بخش قابل توجهی از ایران مرکزی و شرق و شمال غرب در دوره نخست و دوره دوم دارای توزیع گاما می‌باشد. لکه‌هایی پراکنده و ناپیوسته در غرب، پسرکانه‌های سواحل جنوب و جنوب شرق کشور بارش روزانه دارای توزیع فراوانی نمایی است این مناطق نسبت به دیگر مناطق کشور از چولگی شدیدتری در بارش روزانه برخوردار هستند. نداشت تغییرات مکانی برازنده‌ترین توزیع نگاره ۷ این گونه قابل تفسیر است که در مناطقی از نقشه که با مثلث توپر مشخص شده تابع توزیع گاما داده‌های دوره نخست در دوره دوم این نقش را به تابع توزیع نمایی واگذار کرده و برعکس در مناطقی از نقشه که با مثلث توخالی مشخص



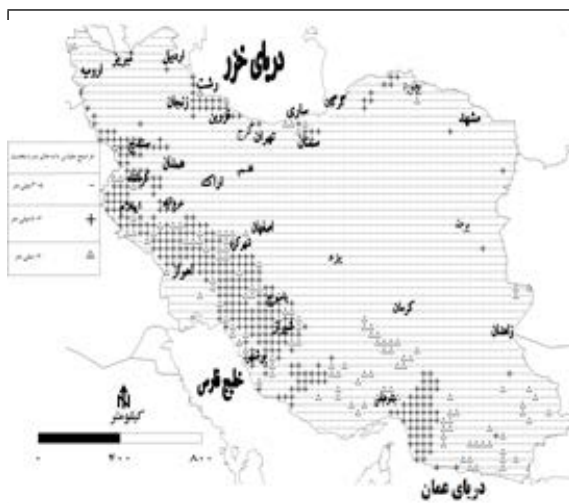
دوره دوم داده‌های بارش روزانه محاسبه و در نگاره ۱۰ قرار داده شد. در مناطقی که فراسنج میانگین دوره دوم نسبت به دوره نخست افزایش یافته با علامت (-) و برعکس در مناطقی که فراسنج میانگین دوره دوم نسبت به دوره نخست کاهش یافته با علامت (+) مشخص شده است. در مجموع بررسی فراسنج میانگین بارش روزانه در بیش از نیم قرن نشان می‌دهد در بخش‌های شرق، شمال‌شرق، ایران مرکزی و نوار مرزی کشور در شمال‌غرب فراسنج میانگین بارش مورد انتظار در بازه زمانی ۱۳۵۸/۱/۱ تا ۱۳۸۵/۱۲/۲۹ نسبت

شمال‌شرق، شمال‌غرب و جنوب‌شرق گسترش بیشتری پیدا کرده است. در سواحل دریای خزر در دوره دوم نسبت به دوره نخست بر هسته‌های با میانگین بارش روزانه بیش از ۱۰ میلیمتر افزوده شده است. محدوده فراسنج میانگین بارش روزانه ۳ تا ۱۰ میلی متر جلگه خوزستان در دوره نخست در دوره دوم به محدوده میانگین بارش روزانه مورد انتظار بیش از ۱۰ میلیمتر تبدیل شده است. برای بررسی تغییرات مکانی فراسنج میانگین دو دوره اختلاف بین فراسنج میانگین توزیع برازنده دوره نخست و

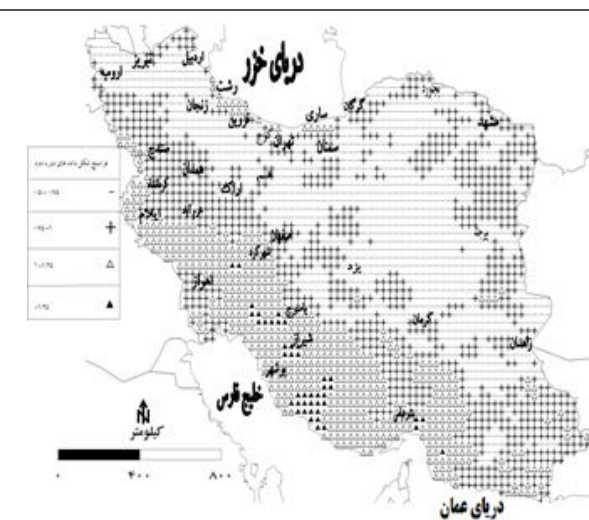


بیشتری در بارش روزانه می‌باشند. این افزایش عدم اطمینان به بارش که بخش قابل توجهی از مناطق کم بارش ایران را در برمی‌گیرد می‌تواند به اکوسیستم‌های حساس و کشاورزی در اثر افزایش نوسانات آسیب وارد کند اگرچه در بخشی از این مناطق میانگین بارش مورد انتظار افزایش یافته اما افزایش عدم اعتماد به بارش برای ساکنین و برنامه‌ریزان این مناطق حتی با وجود افزایش در میانگین بارش نمی‌تواند نوید دهنده شرایط مطلوب در دوره‌های اخیر نسبت به دوره‌های گذشته باشد. در نگاره‌های ۱۲ تا ۱۵ نگاهت آرایش مکانی فراسنج شکل و فراسنج مقیاس در دوره نخست و دوره دوم رسم شده است. در ایران مرکزی، جلگه خوزستان، شرق، شمال شرق و شمال غرب که فراسنج شکل داده‌های بارش در هر دو دوره کمتر از ۱ است بارش روزانه به سمت صفر و تابع چگالی احتمال وقوع بارش به سمت بی‌نهایت میل می‌کند. مناطق با مقدار فراسنج شکل یک دوره نخست که در ارتفاعات زاگرس، سواحل شمال، اطراف سراوان، شمال زابل و سواحل دریای عمان متمرکز بود در دوره دوم از همین آرایش مکانی برخوردار است اما گستره‌ی این مناطق در مجموع نسبت به دوره نخست کاهش یافته است. بیشترین کاهش در مناطق با این مقدار فراسنج شکل در سواحل دریای عمان

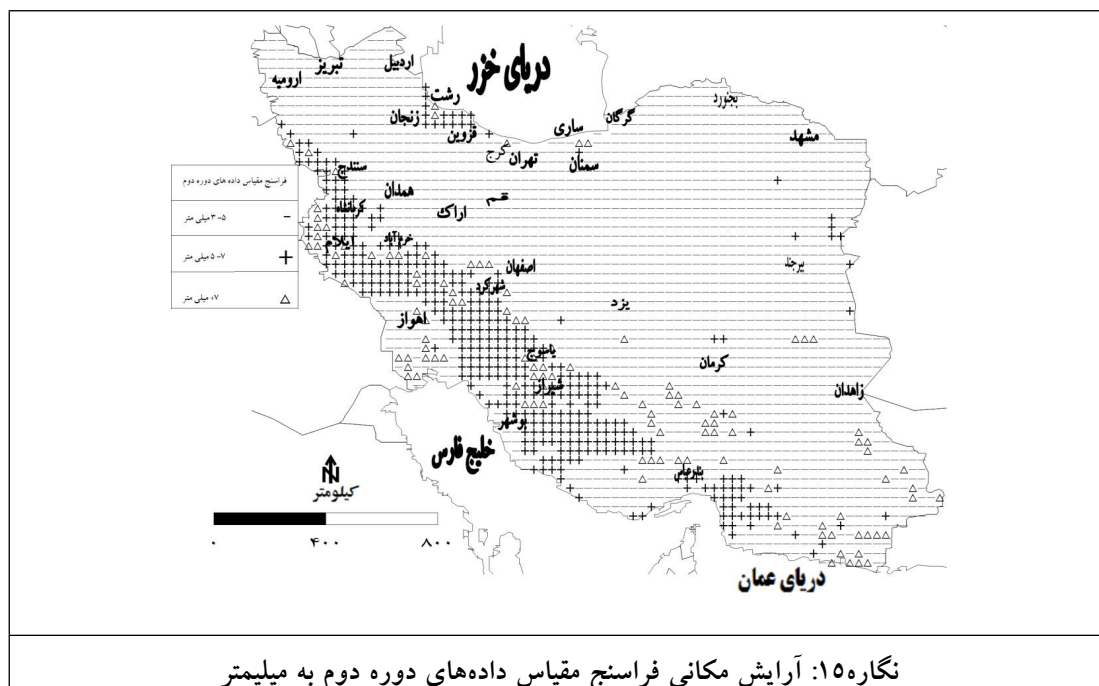
به دوره زمانی ۱۳۳۰/۱/۱ تا ۱۳۵۷/۱۲/۲۹ نسبت به غرب و جنوب غرب ایران بیشتر افزایشی بوده و در سایر نقاط کشور میانگین بارش مورد انتظار در دوره دوم نسبت به دوره نخست مورد مطالعه کاهش یافته است. سواحل دریای مازندران کمترین تغییر در میانگین بارش روزانه را داشته است. با توجه به اهمیت اعتماد به بارش در برنامه‌ریزی‌های مربوط به منابع آب و کشاورزی در نگاره ۱۱ تغییرات فراسنج انحراف معیار برازنده‌ترین توزیع دوره دوم نسبت به دوره نخست مورد بررسی قرار گرفت. در نواحی که اختلاف مقدار عددی فراسنج انحراف معیار دوره دوم نسبت به دوره نخست با علامت (-) نشان داده شده است. به این معنی است که متوسط فراسنج انحراف از میانگین در بارش دوره دوم نسبت به دوره نخست بیشتر شده است. در بخش وسیعی از ایران شامل ایران مرکزی، نواحی بین استان‌های تهران، قم و کرج، جلگه خوزستان، نوار مرزی غرب ایران از اشنویه در آذربایجان غربی تا مهران در استان ایلام، قسمت‌هایی از جنوب و جنوب غرب خراسان رضوی، نوار مرزی جنوب شرق از جنوب زاهدان تا شمال جلگه باهوکلالت و سواحل خلیج فارس از بندر چارک تا بوشهر اعتماد به بارش در دوره دوم نسبت به دوره نخست کاهش یافته و این مناطق شاهد تغییرپذیری



نگاره ۱۴: آرایش مکانی فراسنج مقیاس داده‌های دوره نخست به میلیمتر



نگاره ۱۳: آرایش مکانی فراسنج شکل داده‌های دوره دوم



نگاره ۱۵: آرایش مکانی فراسنج مقیاس داده‌های دوره دوم به میلیمتر

یافته است. مقدار فراسنج مقیاس در بخش قابل توجهی از ایران مرکزی، شمالشرق، شمالغرب، جلگه خوزستان، جنوبشرق، سواحل دریای عمان و سواحل مرکزی دریای مازندران دارای مقدار عددی ۳ تا ۵ میلیمتر می‌باشد این مناطق در دو دوره از آرایش مکانی یکسانی برخوردار هستند. البته در مناطقی مانند جلگه خوزستان منحنی توزیع بارش در

و اطراف سراوان به چشم می‌خورد. بر اساس نگاره ۱۳ دوره دوم در مناطق ساحلی جنوب ایران در دریای عمان و خلیج فارس احتمال وقوع بارش از مقادیر کم به سمت مقادیر بیشتر حرکت کرده بنابراین در بازه زمانی ۱۳۵۸ تا ۱۳۸۵ نسبت به بازه زمانی ۱۳۳۰ تا ۱۳۵۷ احتمال وقوع بارش روزانه با مقادیر بیشتر در سواحل جنوب کشور افزایش

اسمیرنف فقط دو تابع توزیع نظری گاما و نمایی قادر به بیان ویژگی‌های بارش واقعی (تجربی) ایران هستند. آماره‌های همین آزمون حکایت از فاصله زیاد ویژگی‌های بارش ایران با شرایط نرمال دارد.

در پاسخ به سؤال دوم که «آیا فراسنج‌های شکل، مقیاس، میانگین و انحراف معیار برازنده‌ترین تابع توزیع فراوانی در داده‌های بارش نیمه اول دوره‌ی مطالعه نسبت به داده‌های بارش نیمه دوم مورد مطالعه تغییر کرده است و آیا این تغییرات در مناطق جغرافیایی ایران از یک الگوی مشخص پیروی می‌کند؟» می‌توان گفت اگرچه برخی تغییرات در میزان فراسنج‌های میانگین، فراسنج شکل و یا فراسنج مقیاس تابع توزیع گاما وجود دارد، اما این تغییرات جزئی است و علاوه بر آن تغییرات فراسنج‌های این توزیع از یک الگوی مشخص و خاصی پیروی نمی‌کند. بررسی فراسنج میانگین بارش روزانه حکایت از آن دارد که در بخش‌های شرق، شمال‌شرق، ایران مرکزی و نوار مرزی کشور در شمال‌غرب فراسنج میانگین بارش مورد انتظار در دوره دوم مطالعه نسبت به دوره نخست نسبت به غرب و جنوب غرب ایران بیشتر افزایشی بوده و در سایر نقاط کشور میانگین بارش مورد انتظار در دوره دوم نسبت به دوره نخست مورد مطالعه کاهش یافته است. سواحل دریای مازندران کمترین تغییر در میانگین بارش روزانه را داشته است.

در بخش وسیعی از ایران شامل ایران مرکزی، نواحی بین استان‌های تهران، قم و کرج، جلگه خوزستان، نوار مرزی غرب ایران از اشنویه در آذربایجان غربی تا مهران در استان ایلام، قسمت‌هایی از جنوب و جنوب غرب خراسان رضوی، نوار مرزی جنوب شرق از جنوب زاهدان تا شمال جلگه باهوکلالت و سواحل خلیج فارس از بندر چارک تا بوشهر اعتماد به بارش در دهه‌های اخیر نسبت به گذشته کاهش یافته است. این به آن معنی است که در این مناطق شاهد تغییرپذیری بیشتری در بارش روزانه هستیم که این امر می‌تواند به اکوسیستم‌های طبیعی و کشاورزی این مناطق که به بارش وابستگی دارند آسیب وارد کند.

دوره دوم نسبت به دوره نخست بیشتر به سمت راست کشیده شده و از ارتفاع منحنی توزیع بارش روزانه دوره دوم نسبت به دوره نخست کاسته شده است. زیرا مقدار عددی فراسنج مقیاس از طبقه ۳ تا ۵ میلیمتر به بیش از ۷ میلیمتر رسیده است که این یک تغییر قابل ملاحظه در توزیع بارش به شمار می‌آید. در شمال‌شرق کشور در محدوده ارتفاعات شاه جهان اسفراین در خراسان شمالی منحنی بارش روزانه دوره نخست نسبت به دوره دوم به سمت چپ کشیده شده و منحنی در دوره دوم نسبت به بارش دوره نخست افراشته‌تر شده است. برعکس این شرایط برای بارش روزانه دوره نخست نسبت به دوره دوم برای محدوده سراوان در استان سیستان و بلوچستان اتفاق افتاده است. در داده‌های بارش دوره نخست چندین هسته بیشینه فراسنج مقیاس در ارتفاعات بین شیراز و یاسوج، مناطق اطراف چادگان و فریدونشهر استان اصفهان، درود و خرم‌آباد استان لرستان و مهران در استان ایلام وجود داشته که در داده‌های دوره دوم این هسته‌ها محدود شده و در عوض یک هسته‌ی بیشینه بارش در گیلان غرب تا قصر شیرین در مرزهای غربی ایران و عراق و یک هسته بیشینه گسترده‌تر نسبت به دوره نخست در سواحل بندر انزلی شکل گرفته است. پس می‌توان مدعی شد که منحنی توزیع بارش روزانه این مناطق در دوره دوم نسبت به دوره نخست به سمت راست حرکت کرده و از ارتفاع منحنی بارش در دوره دوم کاسته شده است. منحنی توزیع بارش روزانه در دوره نخست در مناطقی مانند ماکو در آذربایجان غربی نسبت به منحنی بارش داده‌های دوره دوم از توزیع افراشته‌تری برخوردار بوده است همین شرایط برای سواحل ساری هم صدق می‌کند.

۴- نتیجه گیری

در پاسخ به سؤال نخست این پژوهش که «آیا توزیع فراوانی بارش پایگاه آفریدیت محدوده‌ی ایران در طول زمان تغییر کرده است؟» براساس یافته‌های این پژوهش، از جهت آماری تغییر در توزیع فراوانی بارش ایران در گذر زمان تأیید نمی‌شود و بر اساس آماره آزمون کلموگروف-

Regionalization of Precipitation Regimes in Iran Using Principal Component Analysis and Hierarchical Clustering Analysis, Environ. Process. 1:517-532. DOI 10.1007/s40710-014-0039-1.

16- Hanson, L. S. and Vogel, R., (2009) the probability distribution of daily rainfall in the United States, Dept. of Civil and Environmental. Engineering, Tufts Univ., Medford, MA 02155.

17- <http://www.chikyu.ac.jp/precip/products>.

18- Husak, G.J., Michaelsen, J., and Funk, C., (2007) Use of the gamma distribution to represent monthly rainfall in Africa for drought monitoring applications, Int. J. Climatol. 27: 935-944. DOI: 10.1002/joc.1441.

19- Juras, J., (1994) Some Common Features of Probability Distributions for Precipitation. Theor. Appl. Climatol., 49(2): 69-76.

20- Katz, R.W., (1993) Towards a Statistical Paradigm for Climate Change, climate research, 2: 167-175.

21- Mahdavi, M., Osati, Kh., Sadeghi, S.A.N., Karimi, B., and Mobaraki, j., (2010) Determining suitable probability distribution models for annual precipitation data (a case study of Mazandaran and Golestan provinces), Journal of Sustainable Development, 3(1): 159-168.

22- Nasrabadi, E., Masoodian, S. A., and Asakereh, H., (2013), Comparison of Gridded Precipitation Time Series Data in APHRODITE and Asfazari Databases within Iran's Territory, journal Atmospheric and Climate Sciences, 3, pp.235-248.

23- Shabri, A., and Ariff, N.M., (2009) Frequency analysis of maximum daily rainfalls via L-moment approach. Sains Malaysiana, 38(2): 149-158.

24- Sharma, M. A., and Singh, J. B (2010) Use of Probability Distribution in Rainfall Analysis, New York Science Journal; 3(9):40-49.

25- Wakazuki, Y., (2011) New distribution functions for hourly and daily precipitation intensities during the snowless season in Japan, Journal of the Meteorological Society of Japan, 89(1): 29-45.

26- Wilks, D. S. and Eggleston, K., (1992) Notes and Correspondence estimating monthly and seasonal precipitation distributions using the 30 and 90 day outlooks, journal of climate, 5: 252-259.

27- Wilks, D. S., (2006) Statistical methods in the atmospheric sciences, Second Edition, Academic Press. Elsevier Inc. U. S. A., 627.

28- Yatagai, A., Arakawa, O., Kamiguchi K., Kawamoto H., Nodzu, M. I. and Hamada, A. 2009, A 44-year daily gridded precipitation dataset for Asia based on a dense network of rain gauges, SOLA, 5, pp. 137-140.

29- Yurekli, K., Kurunc, A. and Gul, S., (2005) Frequency analysis of low series from cekerek stream basin, tarim bilimleri dergisi, 11 (1): 72-77.): 72-77.

منابع و مأخذ

۱- رامانچاندرا راتو آ، حامد، خالد ح (۱۳۸۱) تحلیل فراوانی سیل، اسلامیان، سید سعید، سلطانی کوپایی، سعید، انتشارات ارکان، ۳۳۲ صفحه.

۲- رحیم زاده، فاطمه (۱۳۹۰) روش های آماری در مطالعات هواشناسی و اقلیم شناسی، انتشارات حسینی، چاپ نخست، ۴۲۴ صفحه.

۳- عساکره، حسین (۱۳۹۰) مبانی اقلیم شناسی آماری، انتشارات دانشگاه زنجان، چاپ نخست، ۵۴۵ صفحه.

۴- عساکره، حسین (۱۳۹۱) تغییر توزیع فراوانی بارش های فرین شهر زنجان، مجله جغرافیا و برنامه ریزی محیطی، شماره ۵، صص ۵۱-۶۶.

۵- علیزاده، امین (۱۳۹۰) اصول هیدرولوژی کاربردی، مشهد، انتشارات دانشگاه امام رضا(ع)، چاپ ۳۱، ۹۱۱ صفحه.

۶- مسعودیان، سید ابوالفضل، کاویانی، محمدرضا (۱۳۸۷) اقلیم شناسی ایران، اصفهان، انتشارات دانشگاه اصفهان، چاپ نخست، ۱۷۹ صفحه.

۷- مسعودیان، سید ابوالفضل، کیخسروی کیانی، محمد صادق، رعیت پیشه، فاطمه (۱۳۹۳)، معرفی و مقایسه پایگاه داده اسفزاری با پایگاه داده GPCP، GPCC و CMAP، فصلنامه تحقیقات جغرافیایی، سال ۲۹، شماره پیاپی ۱۱۲، صص ۸۸-۷۳.

۸- نصرآبادی، اسماعیل، عساکره حسین، مسعودیان، سید ابوالفضل (۱۳۹۳)، شناسایی و پهنه بندی توزیع فراوانی بارش روزانه ایران، فصلنامه تحقیقات جغرافیایی، شماره ۱۱۴، صص ۱۶-۱.

9- Aksoy, H., (2000) Use of gamma distribution in hydrological analysis, Turk. J. Engin. Environ. Sci., 24: 419 - 428.

10- Asakereh, H., (2008) The changes of precipitation frequency distribution in Iran, Journal of Humanities, University of Isfahan, 30(2):81-90.

11- Becker, E. J., (2009) The frequency distribution of daily precipitation over the United States, Dissertation submitted to the Faculty of the Graduate School of the University of Maryland, College Park, in partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor of Philosophy, 161.

12- Ben-Gai T., A. Bitan, A. Manes, P. Alpert, and Rubin., S., (1998) Spatial and temporal changes in rainfall frequency distribution patterns in Israel. Theoretical Applied Climatology, 61:177-190.

13- Buda, S., Gemmer, M., Tong, J., and Guoyu, R., (2008) Probability distribution of precipitation extremes over the Yangtze River basin, Adv. Clim. Change Res.: 27-31.

14- Dahamsheh, A. and Aksoy, H. (2006) Structural characteristics of annual precipitation data in Jordan, Theor. Appl. Climatol., DOI 10.1007/s00704-006-0247-3.

15- Darand, M., and Mansori Daneshvar, M.R. (2014)

