

# آنالیز سری زمانی موقعیت ایستگاه دائمی GPS با استفاده از اتورگرسیو میانگین متحرک

فریدون نوبخت ارسی<sup>۱</sup>

عبدالرضا صفری<sup>۲</sup> محمدعلی شریفی<sup>۳</sup>

تاریخ پذیرش مقاله: ۹۴/۱۰/۰۲

تاریخ دریافت مقاله: ۹۴/۰۶/۳۰

\*\*\*\*\*

## چکیده

هدف اصلی مقاله حاضر، استفاده از مدل‌های احتمال اتورگرسیو میانگین متحرک (ARMA) به منظور مدل‌سازی سری زمانی موقعیت روزانه ایستگاه دائمی GPS می‌باشد. موقعیت‌های روزانه ایستگاه دائمی LLAS در منطقه کالیفرنای جنوبی از شبکه SCIGN با پوشش زمانی هفت سال از ژانویه ۲۰۰۰ تا دسامبر ۲۰۰۶ جهت ایجاد سری زمانی موقعیت و آنالیز آن انتخاب گردیده است. براساس سری زمانی موقعیت روزانه و استفاده از روش کمترین مربعات وزن‌دار، پارامترهای ژنودتیکی مانند: ترند خطی، نوسانات سالیانه و نیم سالیانه و نیز آفست‌ها به طور همزمان برای ایستگاه دائمی LLAS برآورد شده‌اند. در این مطالعه، توابع خود همبستگی (ACF) و خودهمبستگی جزئی (PACF)، به عنوان ابزارهای مطالعاتی برای شناسایی رفتار سری زمانی موقعیت روزانه ایستگاه دائمی GPS مورد استفاده قرار می‌گیرند و امکان بررسی وابستگی داده‌های روزانه سری زمانی موقعیت را فراهم می‌نمایند. با توجه به اینکه ممکن است چند مدل احتمالاتی متفاوت برای یک سری زمانی موقعیت روزانه مناسب باشند، لذا محک اطلاعات آکاییک در مرحله شناسایی و انتخاب مدل مفید، مورد استفاده قرار گرفته است. در این مطالعه، نتایج عددی نشان می‌دهند که بهترین مدل احتمالاتی اتورگرسیو میانگین متحرک برای ایستگاه دائمی LLAS از مرتبه (۱,۱) برای جهت N می‌باشد. همچنین مدل احتمالاتی ARMA(2,1) برای جهت E مناسب‌ترین مدل می‌باشد در حالی که برای جهت U مدل احتمالاتی ARMA(1,2) بهترین مدل است. بعد از برآورد یک مدل احتمالاتی مناسب برای سری زمانی موقعیت روزانه ایستگاه دائمی GPS، می‌توان آن سری زمانی موقعیت را همراه با ترند و مؤلفه‌های فصلی پیش‌بینی کرد.

واژه‌های کلیدی: سری زمانی، محک آکاییک، ARMA، تابع خود همبستگی، GPS.

\*\*\*\*\*

۱. دانشجوی دکتری ژنودزی، دانشکده مهندسی نقشه‌برداری و اطلاعات مکانی، دانشگاه تهران (نویسنده مسئول) fnohakht@ut.ac.ir

۲. دانشیار گروه ژنودزی، دانشکده مهندسی نقشه‌برداری و اطلاعات مکانی، دانشگاه تهران asafari@ut.ac.ir

۳. دانشیار گروه ژنودزی، دانشکده مهندسی نقشه‌برداری و اطلاعات مکانی، دانشگاه تهران masharifi@ut.ac.ir

۱- مقدمه

موقعیت ایستگاه دائمی GPS عملاً به مدلسازی مؤلفه باقیمانده  $v(t)$  نسبت داده می‌شود. در ادامه، مدل‌های احتمال و مفاهیم مرتبط با آن را که برای این منظور می‌توانند مورد استفاده قرار بگیرند، ارائه می‌شود.

۲- توابع ACF و PACF

در یک سری زمانی ایستا، تابع اتوکوریانس، نقش مهمی در ارزیابی خواص آن سری زمانی ایفا می‌کند. فرض کنید یک سری زمانی دارای تابع اتوکوریانس  $\gamma(\tau)$  باشد:

$$\gamma(\tau) = E[(y_t - \mu)(y_{t+\tau} - \mu)] = \text{Cov}[y_t, y_{t+\tau}] \quad (2)$$

$\gamma(\tau)$  که  $\mu$  میانگین سری زمانی و  $\tau = t_2 - t_1$  تأخیر زمانی می‌باشد.  $\gamma(\tau)$  را ضریب اتوکوریانس در تأخیر  $\tau$  نیز می‌نامند. براساس رابطه (۲) می‌توان تابعی را تعریف کرد که تابع خودهمبستگی<sup>۵</sup> (ACF) نامیده می‌شود:

$$\rho = \frac{\gamma(\tau)}{\gamma(0)} = \frac{\gamma(\tau)}{\sigma^2} \quad \tau = 1, 2, \dots \quad (3)$$

این تابع امکان می‌دهد که وابستگی بین مشاهدات متوالی در یک سری زمانی را کشف کنیم. همواره  $\rho(0) = \frac{\gamma(0)}{\gamma(0)} = 1$  و  $|p(\tau)| \leq 1$  می‌باشد. علاوه بر آن، ثابت می‌شود که تابع ACF تابع زوجی از تأخیر است، یعنی  $p(\tau) = p(-\tau)$  برآوردهای مختلفی از تابع خودهمبستگی یک نمونه تصادفی وجود دارد که از آن جمله می‌توان به رابطه زیر که منتسب به Reinsel, Jenkins و Box است، اشاره کرد (Chatfield, 1989):

$$r_k = \frac{\sum_{t=1}^{n-k} (y_t - \bar{y})(y_{t+k} - \bar{y})}{\sum_{t=1}^n (y_t - \bar{y})^2} \quad k = 0, 1, 2, \dots, m \quad , m < n \quad (4)$$

ضریب خود همبستگی در تأخیر  $k$  می‌باشد و مقدار آن از ۱- تا ۱ تغییر می‌کند. Box و Jenkins پیشنهاد کردند که  $r_k$  ها، برای مقادیر کوچکتر از  $n/4$  محاسبه شوند که  $n$  تعداد مشاهدات است. همچنین می‌توان نشان داد که:

$$E[r_k] \cong -\frac{1}{n} \quad (5)$$

5- Auto Correlation Function

سیستم تعیین موقعیت جهانی (GPS) ابزاری مفید و سودمند در اندازه‌گیری حرکات زمینی بشمار می‌رود. مشاهدات روزانه موقعیت‌های ایستگاه‌های دائمی GPS در مطالعات مختلف مانند: زلزله، زمین لغزش، حرکت صفحات تکتونیکی و... به طور فراگیر استفاده می‌شود. تغییرات موقعیت‌های روزانه ایستگاه‌های دائمی GPS هنوز به وسیله خطاها و ترندهای فصلی توصیف می‌شوند. اخیراً، یک آنالیز نویز بر روی موقعیت‌های روزانه ۱۰ ایستگاه دائمی GPS شبکه کالیفرنای جنوبی<sup>۲</sup> (SCIGN) با چهار مدل نویز توسط Zhang et al (1997) انجام شده است. نتایج حاصل نشان می‌دهد که هر سری زمانی در معرض یک سیگنال تکتونیک خطی و یک نویز رنگی است (Jianxin et al., 2000). در پژوهش حاضر، روش اتورگرسیو میانگین متحرک<sup>۳</sup> (ARMA) برای آنالیز سری زمانی تغییرات موقعیت‌های روزانه و تحلیل نویز استفاده شده است.

در آنالیز سری زمانی موقعیت ایستگاه‌های دائمی GPS، مدلی برای حرکت ایستگاه دائمی استفاده می‌شود که موقعیت ایستگاه  $(y(t))$  را در اپوک  $t$  و در هر جهت به صورت زیر بیان می‌کند (Jianxin et al., 2000):

$$y(t) = L(t) + S(t) + g(t) + v(t) \quad (1)$$

که  $y(t)$  متناظر با تغییرات روزانه در هر سه مؤلفه موقعیت،  $L(t)$  مؤلفه ترند خطی،  $g(t)$  آفست،  $S(t)$  مؤلفه فصلی و  $v(t)$  مؤلفه نویز تصادفی است. اگر بتوان مؤلفه‌های قابل تعیین<sup>۴</sup> (مؤلفه‌ترند، مؤلفه‌های فصلی و آفست) سری زمانی موقعیت ایستگاه دائمی GPS را برآورد و استخراج کرد، آنگاه می‌توان مؤلفه باقیمانده  $\{v(t)\}$  را مورد بررسی قرار داد. بعد از برآورد یک مدل احتمال برای فرآیند  $\{v(t)\}$  می‌توان سری زمانی  $\{y(t)\}$  را همراه با ترند و مؤلفه‌های فصلی پیش‌بینی کرد. بنابراین، آنالیز سری زمانی

1- Global Positioning System

2- Southern California Integrated GPS Network

3- Auto Regressive Moving Average

4- Deterministic Component

## فصلنامه علمی - پژوهشی اطلاعات جغرافیایی ( ... )

آنالیز سری زمانی موقعیت ایستگاه دائمی GPS با استفاده ... / ۷

مولفه نویز تصادفی (باقیمانده) است.

یک چندجمله‌ای  $\Phi(B) = 1 - \Phi_1 B - \Phi_2 B^2 - \dots - \Phi_p B^p$  از مرتبه  $q$  می‌باشد، بردار  $[\Phi_1 \Phi_2 \dots \Phi_p]^T$  توصیف کننده سری زمانی است و  $e(t)$  نویز سفید با وریانس  $\sigma^2$  شد که دارای تابع توزیع گوسی است.

اگر ریشه‌های  $\Phi(B)$  خارج از دایره واحد باشند، آنگاه فرآیند میانگین متحرک را وارون‌پذیر می‌نامند (Y.Zhang, 2005). گنجاندن شرط وارون‌پذیری، ما را مطمئن می‌سازد که برای هر ACF معلومی یک MA (q) یکتا وجود دارد. یک فرآیند MA (q) غیر وارون‌پذیر به این معنی است که  $e(t)$  را نمی‌توان براساس مشاهدات قبلی بیان کرد. به همین خاطر، در بیشتر مواقع برای آنالیز سری زمانی، یک مدل وارون‌پذیر ترجیح داده می‌شود. علاوه بر آن، با یک مدل غیر وارون‌پذیر باید در الگوریتم‌های مورد استفاده برای محاسبه باقیمانده‌ها و پیش‌بینی توجه کرد. استنباط آماری برای پارامترها در یک مدل غیر وارون‌پذیر سخت است. بنا به دلایل ذکر شده توصیه گردیده است که اگر یک پارامتر بر مرز غیر وارون‌پذیر برآورد شده است باید مدل انتخابی مورد آزمون قرار گیرد.

### ۳-۲- فرآیند اتورگرسیو (AR<sup>k</sup>)

با فرض اینکه  $e(t)$  یک فرآیند تصادفی با میانگین صفر و وریانس  $\sigma^2$  باشد، در آن صورت مدل AR (p) را می‌توان به صورت زیر تعریف کرد:

$$v(t) = \Phi(B)e(t) \quad (9)$$

که  $v(t)$  یک فرآیند تصادفی،  $\Phi(B) = 1 - \Phi_1 B - \Phi_2 B^2 - \dots - \Phi_p B^p$  یک چندجمله‌ای از مرتبه  $p$ ، برداری که توصیف کننده سری زمانی است و  $e(t)$  نویز سفید با وریانس  $\sigma^2$  می‌باشد که دارای تابع توزیع گوسی است. مدل اتورگرسیو مانند الگوی رگرسیون چندگانه است و  $v(t)$  روی متغیرهای مستقل رگرسیون نشده است، بلکه روی مقادیر گذشته  $v(t)$  رگرسیون شده است به همین دلیل اتورگرسیو نامیده می‌شود.

$$\text{Var}(r_k) \cong \frac{1}{n} \quad (6)$$

و تحت این شرایط ضعیف،  $r_k$  به طور مجانبی و نرمال توزیع می‌شود. تعبیر و تفسیر مجموعه‌ای از ضرایب خود همبستگی، توسط نموداری که همبستگی نگار نامیده می‌شود، کمک مفیدی خواهد بود. در این نمودار  $r_k$  (برآورد  $p(\tau)$  در مقابل تاخیر  $k$  و حدود اطمینان در فاصله  $-\frac{1}{n} \pm \frac{2}{\sqrt{n}}$  رسم می‌شود. تابع خودهمبستگی جزئی (PACF) برای اندازه‌گیری درجه وابستگی بین  $y(t)$  و  $y(t-k)$ ، زمانی که اثرات  $y$  در تأخیرهای زمانی  $1, 2, \dots, k$  از بین رفته باشند، مورد استفاده قرار می‌گیرد. برآوردهای این تابع را می‌توان به صورت زیر بیان کرد:

$$\begin{aligned} \hat{\phi}_{11} &= r_1 \\ \hat{\phi}_{22} &= \frac{r_2 - r_1^2}{1 - r_1^2} \end{aligned} \quad (7)$$

$$\hat{\phi}_{kk} = \frac{(r_k - \sum_{j=1}^{k-1} \hat{\phi}_{k-1,j} r_{k-j})}{(1 - \sum_{j=1}^{k-1} \hat{\phi}_{k-1,j} r_{k-j})}, \quad k = 3, \dots$$

$$\hat{\phi}_{kj} = \hat{\phi}_{k-1,j} - \hat{\phi}_{kk} \hat{\phi}_{k-1,k-j}, \quad k = 2, \dots, j = 1, 2, \dots, k-1$$

که  $\hat{\phi}_{kj}$  مقادیر برآورد شده تابع PACF می‌باشد. ACF و PACF نظری برای مدل‌های مختلف یک سری زمانی را می‌توان بدست آورد. سپس با مقایسه همبستگی نگار (نمودار ACFها در برابر تأخیرها) آنها، مرتبه مدل اتورگرسیو میانگین متحرک را تعیین کرد.

### ۳- مدل‌های احتمال آنالیز سری زمانی

#### ۳-۱- فرآیند میانگین متحرک (MA)<sup>q</sup>

فرآیند میانگین متحرک مرتبه  $q$  (MA(q))، با میانگین صفر را می‌توان براساس مدل زیر بیان کرد:

$$V(t) = \theta(B)e(t) \quad (8)$$

که  $v(t)$  یک فرآیند تصادفی و یا در کاربردهای ما، یک

1- Correlogram

2- Partial Auto Correlation

3- Moving Average

### ۳-۳- مدل‌های مرکب

برای شناخت مدل‌های مناسب، مورد استفاده قرار می‌گیرند. معمولاً، ملاک انتخاب مدل بر مبنای آماره‌های خلاصه شده از باقیمانده‌های حاصل از برازش مدل صورت می‌پذیرد. در این بخش، یکی از ملاک‌های انتخاب مدل مبتنی بر باقیمانده‌ها، یعنی؛ محک اطلاعات آکاییک را معرفی می‌کنیم. محک اطلاعات آکاییک (Akaike, 1973) خوبی برازش یک مدل آماری برآورد شده را اندازه می‌گیرد.

آکاییک، آزمون یک مدل در حضور آزمون‌های فرض نیست، بلکه آزمون بین چندین مدل است. به عبارت دیگر؛ آکاییک ابزاری برای انتخاب مرتبه‌های مدل ARMA است. برای یک مجموعه داده، چندین مدل براساس آکاییک ممکن است وجود داشته باشد، هرکدام از مدل‌ها که دارای آکاییک کمتری باشد آن مدل انتخاب می‌گردد.

فرض کنید یک الگوی آماری  $d$  پارامتری به داده‌ها برازش داده شده است. برای ارزیابی کیفیت برازش، آکاییک یک ملاک اطلاعاتی ارائه نموده است که این ملاک به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$AIC(d) = -2 \ln L(d) + 2d \quad (14)$$

برای مدل ARMA و  $n$  مشاهده مؤثر، ملاک AIC به صورت زیر بدست می‌آید:

$$AIC(d) = n \ln \sigma^2 + 2d \quad (15)$$

مرتبه بهینه مدل، به وسیله مقدار  $d$  که تابعی از  $p$  و  $q$  است، انتخاب می‌شود که در این صورت AIC (d) مینیمم خواهد بود. بعد از بدست آوردن پارامترهای مدل، می‌توان برآوردهای پیش‌بینی شده  $v(t)$  را بدست آورد.

آخرین نکته‌ای که در این بخش باید ذکر کرد، مفهوم عبارت  $FPE$  است. عبارت  $FPE$  اشاره به خطای نهایی پیش‌بینی آکاییک می‌کند که در حقیقت یک اندازه‌گیری از کیفیت مدل است. بعد از محاسبه چندین مدل مختلف، می‌توان آنها را با یکدیگر و با استفاده از این محک مقایسه کرد. طبق نظریه آکاییک، مدلی دقیق‌تر است که FPE کوچکتری داشته باشد. FPE آکاییک با رابطه زیر تعریف می‌شود:

دسته مهمی از مدل‌های سری زمانی، آنهایی هستند که از ترکیب فرآیندهای میانگین متحرک و اتورگرسیو (ARMA) تشکیل می‌شوند. یک فرآیند اتورگرسیو- میانگین متحرک با به کار بردن یک فیلتر برگشت‌پذیر بر نویز سفید گوسی بدست می‌آید. مدل ARMA را می‌توان به عنوان حالت خاصی از مدل چند جمله‌ای جعبه-سیاه<sup>۱</sup> عنوان کرد که به طور گسترده در تشخیص یک فرآیند مورد استفاده قرار می‌گیرد. مدل عمومی این فرآیند را می‌توان به صورت زیر بیان کرد:

$$(10)$$

$$v(t) = H(B)e(t) = e(t) + H_1 e(t-1) + H_2 e(t-2) + \dots$$

$$H(B) = \frac{\theta(B)}{\Phi(B)} \quad (11)$$

$$\theta(B) = 1 - \theta_1 B^1 - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q \quad (12)$$

$$\Phi(B) = 1 - \Phi_1 B^1 - \Phi_2 B^2 - \dots - \Phi_p B^p \quad (13)$$

که  $v(t)$  یک فرآیند تصادفی و  $B$  نیز یک اپراتور انتقال است. سری زمانی است.  $H(B)$  یک تابع رشنال است و  $e(t)$  نویز سفید با واریانس  $\sigma^2$  می‌باشد که دارای تابع توزیع گوسی است،  $\theta(B)$  و  $\Phi(B)$  به ترتیب چند جمله‌ای‌هایی از مراتب  $q$  و  $p$  هستند. همچنین فرض می‌شود که  $\{v(t)\}$  ایستا است.

اهمیت فرآیندهای ARMA در این حقیقت نهفته است که غالباً می‌توان یک سری زمانی ایستا را با یک مدل ARMA بیان کرد که نسبت به فرآیند MA یا AR پارامترهای کمتری دارد.

### ۳-۴- محک اطلاعاتی آکاییک (AIC')

وسیله‌های شناخت مدل، مانند ACF و PACF فقط

1- Black-Box

2- Akaike Information Criterion

### ۵- نتایج عددی

این بخش نتایج حاصل از آنالیز سری زمانی موقعیت ایستگاه‌های دائمی GPS با استفاده از مدل ARMA را مورد بحث قرار می‌دهد. در این مطالعه از اندازه‌گیری‌های پیوسته مربوط به یک ایستگاه دائمی GPS از شبکه SCIGN واقع در کالیفرنیا جنوبی با پوشش زمانی هفت سال در فواصل سالهای ۲۰۰۰ تا ۲۰۰۶ جهت ایجاد سری زمانی موقعیت روزانه استفاده گردیده است.

تمامی مشاهدات GPS در این آنالیز از 'SOPAC جمع‌آوری شده است. (<http://sopac.ucsd.edu/maps>) مختصات کارترین روزانه ایستگاه‌ها با استفاده از بسته‌های نرم‌افزاری GAMIT نسخه ۹/۹۴ [King and Bock, 2000] و GLOB نسخه ۵/۰۴ [Herring, 2000] برآورد شده است. مختصات خام حاصل از GAMIT/GLOB با یکدیگر تلفیق شده و سری زمانی موقعیت سه بعدی ایستگاه‌های دائمی نسبت به فریم مرجع بین‌المللی تولید گردیده است و سپس سری زمانی موقعیت بدست آمده به سیستم مختصات توپوستریک تبدیل یافته‌اند. نگاره (۱) سری زمانی موقعیت مدل شده ایستگاه دائمی LLAS (Lake Los Angeles) را در هر سه جهت مختصاتی و نسبت به یک سیستم مختصات توپوستریک نشان می‌دهد. در این نگاره نمودارهای c, a و e موقعیت‌های روزانه ایستگاه (نقاط سیاه) همراه با مدل توصیف کننده حرکت (خط قرمز) را به ترتیب در جهات شمال (N)، شرق (E) و قائم (U) نمایش می‌دهد. مدل برای این سری زمانی شامل: ترند خطی، سیگنال‌های پرریودیک سالیانه و نیم‌سالیانه و آفست در روز ۱۷۲ سال ۲۰۰۵ (مربوط به تعویض گیرنده) می‌باشد. نمودارهای d, b و f باقیمانده‌های برآورد شده را در همان جهات نشان می‌دهد که هر گونه ترند از آنها حذف گردیده است. نمودارهای باقیمانده‌ها نشان می‌دهند که سیگنال‌های معنی‌داری وجود دارد که هنوز ایستگاه دائمی را متأثر کرده است و این سیگنال‌های معنی‌دار باید مدل‌سازی شوند تا به باقیمانده‌های کاملاً

$$FPE = V \begin{pmatrix} 1 + \frac{d}{n} \\ \frac{d}{n} \\ 1 - \frac{d}{n} \end{pmatrix} \quad (16)$$

که d تعداد پارامترهای برآورد شده است، n تعداد مشاهدات سری زمانی است و V تابعی است که از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$V = \text{det} \left( \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \varepsilon(t, \theta_n) (\varepsilon(t, \theta_n))^T \right) \quad (17)$$

که  $\theta_n$  دلالت بر پارامترهای برآورد شده می‌کند.

### ۴- شناسایی یک مدل احتمال برای سری زمانی موقعیت ایستگاه دائمی GPS

مراحل زیر برای مدل‌سازی سری زمانی موقعیت ایستگاه‌های دائمی GPS با بکارگیری ARMA استفاده می‌شود: الف) هرگونه میانگین غیر صفر از سری زمانی حذف می‌گردد. توابع ACF و PACF سری زمانی برآورد می‌شود، سپس با مقایسه نمودار آنها، مرتبه مدل اتورگرسیو میانگین متحرک تعیین می‌گردد.

مشخصات عمومی ACF و PACF به صورت خلاصه در جدول (۱) ارائه شده است. معمولاً مرتبه‌های مورد نیاز کمتر یا مساوی سه است (Wei, 1998).

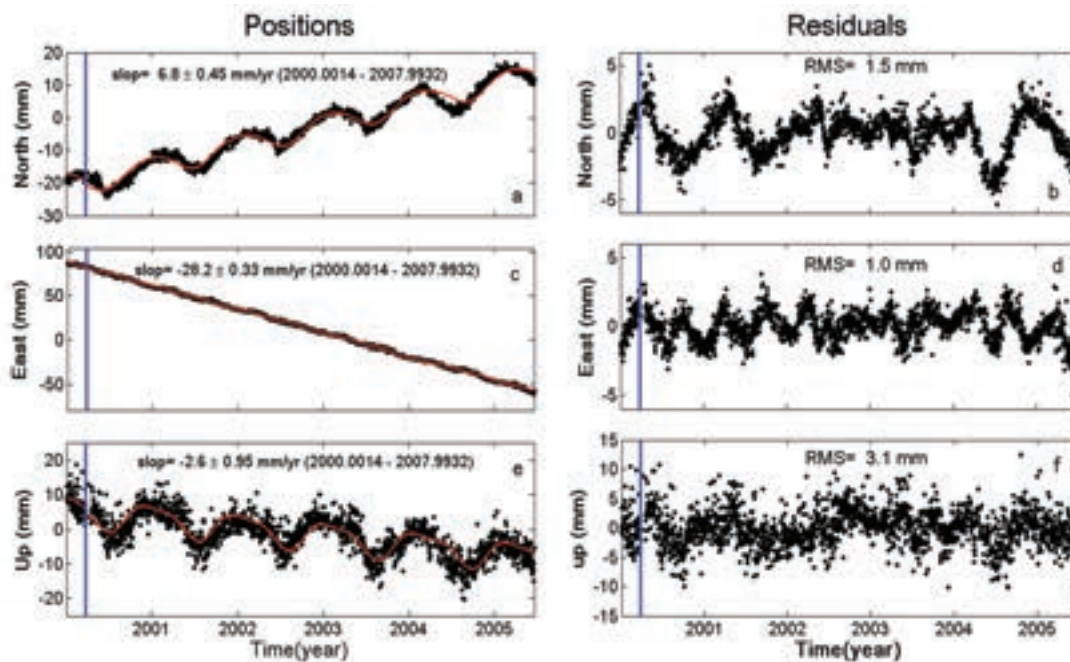
ب) ضرایب  $[\theta_1 \theta_2 \dots \theta_q \Phi_1 \Phi_2 \dots \Phi_p]^T$  برآورد می‌گردد. پ) از مدل برآورد شده برای پیش‌بینی مقادیر آینده استفاده می‌شود.

ت) معمولاً فرض می‌شود که ایستگاه‌های دائمی GPS به طور خطی یا پرریودیک در مدت زمان مشاهده حرکت می‌کنند. بنابراین، مهم است که نویزها و تغییرات ناگهانی تشخیص داده شده و حذف گردند تا داده‌های بهبود یافته در کاربردهایی مانند برآورد میدان سرعت، برآورد میدان تغییر شکل‌های تکنونیک دائمی مورد استفاده قرار بگیرند. هر نوع ترند و تغییرات فصلی، قبل از به کار بردن روش ARMA، با استفاده از روش کمترین مربعات از مشاهدات حذف می‌گردند.



جدول ۱: خصوصیات نظری ACF و PACF فرآیندهای ایستا

ACF	PACF	فرآیند
به صورت نمایی یا موج سینوسی میرا به صفر میل می‌کند	بعد از تأخیر p قطع می‌شود	$AR(p)$
بعد از تأخیر q قطع می‌شود	به شکل نمایی یا موج سینوسی میرا به صفر میل می‌کند	$MA(q)$
بعد از تأخیر (p-q) به سمت صفر میل می‌کند	بعد از تأخیر (p-q) به سمت صفر میل می‌کند	$ARMA(p,q)$



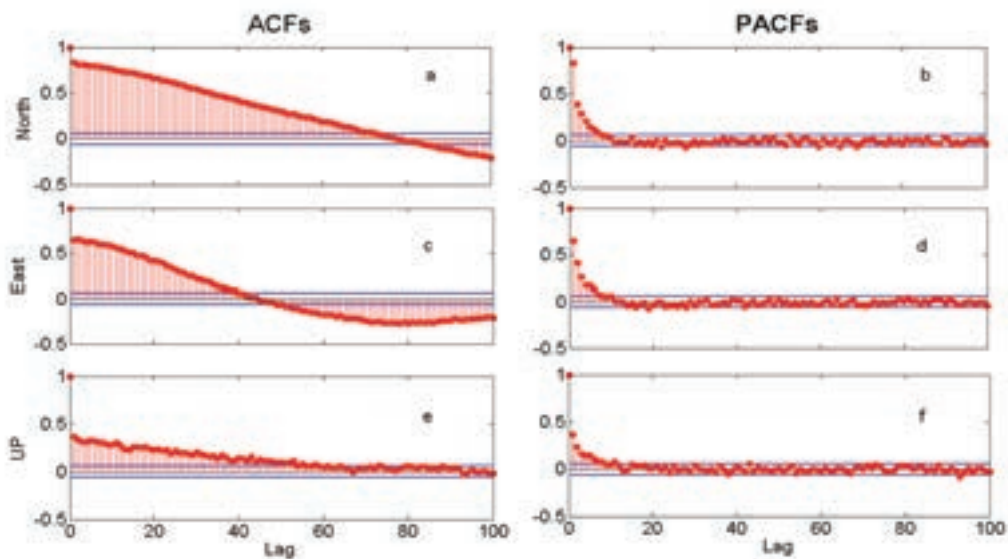
نگاره ۱: سری زمانی موقعیت ایستگاه دائمی LLAS (ستون چپ) و باقیمانده‌های برآورد شده (ستون راست). نمودارهای a, c, e و موقعیت‌های روزانه ایستگاه (نقاط سیاه) همراه با مدل توصیف کننده حرکت (خط قرمز) را به ترتیب در جهات شمال (N)، شرق (E) و قائم (U) نمایش می‌دهد. نمودارهای d, b و f باقیمانده‌های برآورد شده را در همان جهات نشان می‌دهد.

تصادفی دست یابیم. شده را نشان می‌دهند که در آنها، توابع خود همبستگی جزئی تقریباً بعد از تأخیر p (در این سری زمانی  $p=4$ ) قطع می‌شود. بنابراین، با مقایسه نمودارهای ACF و PACF با مراجعه به جدول (۱) می‌توان چنین استنباط کرد که رفتار سری زمانی براساس یک فرآیند اتورگرسیو مرتبه p مطابقت دارد. نگاره (۳) یک مدل‌سازی سری زمانی باقیمانده‌های موقعیت روزانه ایستگاه دائمی LLAS با استفاده از مدل ARMA را نشان می‌دهد. نمودارهای a, c, e و به ترتیب باقیمانده‌های برآورد شده از  $ARMA(1,1)$  در جهت N،  $ARMA(2,1)$  در جهت E و  $ARMA(1,2)$  در جهت U را نشان می‌دهند. مرتبه‌های مدل با استفاده از محک آکاییک

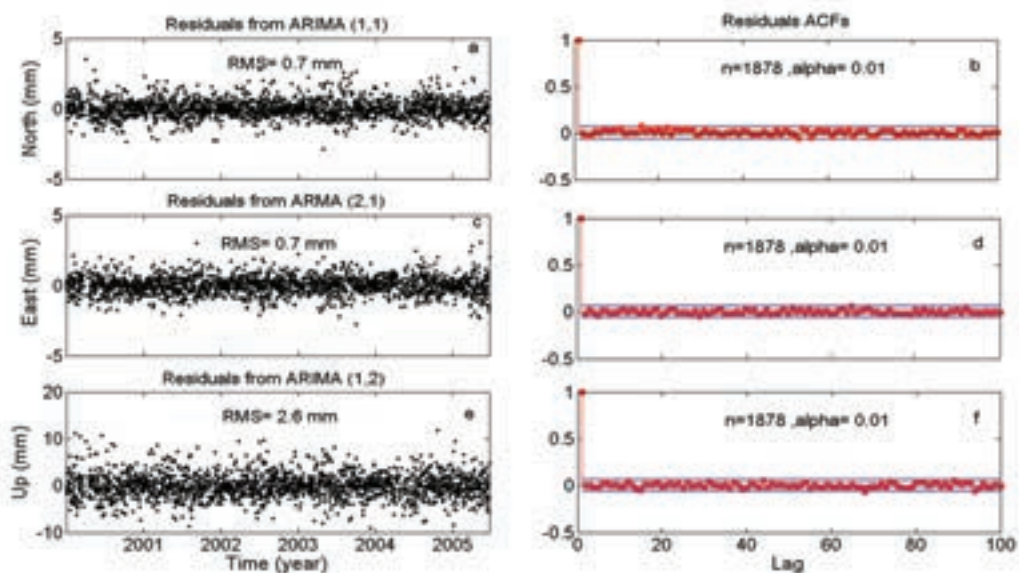
نگاره (۲) را ملاحظه نمایید که نمودارهای همبستگی نگار باقیمانده‌ها را تا تأخیر ۱۰۰ نمایش می‌دهد. در نگاره مذکور، نمودارهای a, c, e و نمایش ACF سری زمانی باقیمانده‌ها را به ترتیب در جهات E, N و U نشان می‌دهد. در این نمودارها مشاهده می‌شود که تمام آنها تا تأخیر ۳۰ دقیقاً خارج حدود اطمینان هستند و توابع خود همبستگی به صورت یک موج سینوسی تنزل می‌یابند. بنابراین، می‌توان نتیجه گرفت که شواهد مدلی بر این فرض که مشاهدات به طور مستقل توزیع شده‌اند، وجود ندارد. نمودارهای d, b و f را ملاحظه نمایید که توابع PACF باقیمانده‌های برآورد

جدول (۲): مراتب بهینه حاصل از محک اطلاعات آکایک برای سری زمانی موقعیت ایستگاه دائمی LLAS

راستا	مرتبۀ بهینه (p,q)	کمترین AIC	FPE	ضرایب		ضرایب	
				⊕	⊖	⊕	⊖
N	(۱,۱)	-۰/۷۱۲۱۰۷	۰/۴۹۰۶۰۹	۱	-۰/۹۸۹۴	۱	-۰/۷۰۹۶
E	(۲,۱)	-۰/۷۵۲۳۴	۰/۴۷۱۲۶۳	۱	-۰/۹۰۷۴	-۰/۰۷۰۳۵۹	-۰/۷۲۸۶
U	(۱,۲)	۱/۹۵۳۹۸	۰/۰۵۶۶۹	۱	-۰/۹۷۹۲	۱	-۰/۸۲۲۳



نگاره ۲: نمودارهای همبستگی نگار باقیمانده‌ها. نمودارهای a,c,e و نمایش ACF سری زمانی باقیمانده‌ها را به ترتیب در جهت E,N,U نشان می‌دهد. نمودارهای b,d,f توابع PACF باقیمانده‌های برآورد شده را نمایش می‌دهند.



نگاره ۳: سری زمانی باقیمانده‌های موقعیت روزانه ایستگاه دائمی LLAS با استفاده از مدل ARMA. نمودارهای a,c,e به ترتیب باقیمانده‌های برآورد شده حاصل از ARMA در جهت E,N,U (ستون چپ) و نمودارهای b,d,f همبستگی نگار مربوط به همان باقیمانده‌ها را نمایش می‌دهند.

مقادیر خطاهای پیش‌بینی شده برای همان ایستگاه و در همان بازه زمانی در نگاره (۵) نشان داده شده است. نمودار a، خطاهای پیش‌بینی در جهت N را نشان می‌دهد که مقادیر آنها بین  $4 \text{ mm}$  تا  $-4 \text{ mm}$  می‌باشد. نمودار b، خطاهای پیش‌بینی در جهت E را نشان می‌دهد که مقادیر آنها بین  $2 \text{ mm}$  تا  $-2 \text{ mm}$  می‌باشد. نمودار c، خطاهای پیش‌بینی در جهت U را نشان می‌دهد که مقادیر آنها تقریباً بین  $5 \text{ mm}$  تا  $-5 \text{ mm}$  می‌باشد. جذر میانگین مربعی باقیمانده‌های برآورد شده برای بهترین مدل برازشی تشریح شده در بالا برای ایستگاه LLAS،  $0.7 \text{ mm}$  در جهت N،  $0.7 \text{ mm}$  در جهت E و  $2.6 \text{ mm}$  در جهت U می‌باشد (نگاره ۳). این مقادیر قبل از به کار بردن ARMA،  $1.5 \text{ mm}$  در جهت N،  $1 \text{ mm}$  در جهت E و  $3.1 \text{ mm}$  در جهت U بدست آمده بودند (نگاره ۱). با مقادیر بدست آمده از این آنالیز، به وضوح دیده می‌شود که مدل ARMA به خوبی سری زمانی باقیمانده‌های موقعیت را مدل‌سازی نموده و نویز را به مقدار قابل توجهی کاهش داده است.

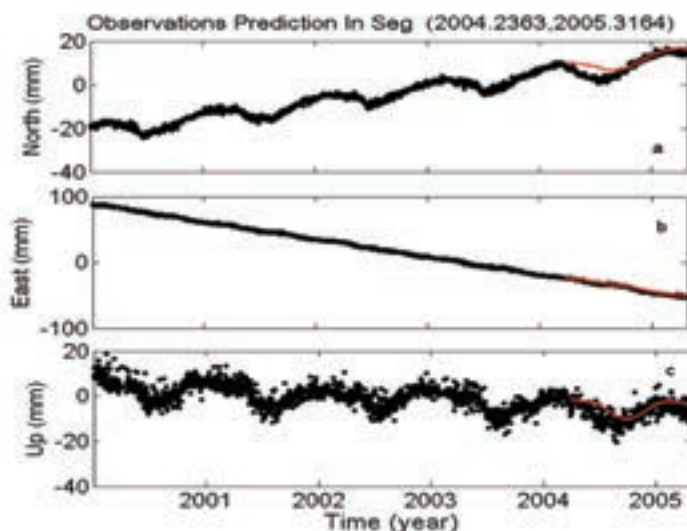
### ۶- نتیجه‌گیری

در این مقاله با استفاده از مدل‌های مختلف ARMA، سری زمانی موقعیت ایستگاه دائمی LLAS در منطقه کالیفرنای جنوبی مورد آنالیز و پیش‌بینی قرار گرفت. توابع خود همبستگی و خود همبستگی جزئی به عنوان ابزارهای

تعیین شده‌اند. مقادیر عددی بدست آمده از محک آکایک برای حالت بهینه از میان حالت‌های مختلف برای ایستگاه دائمی LLAS در جدول (۲) ارائه شده است.

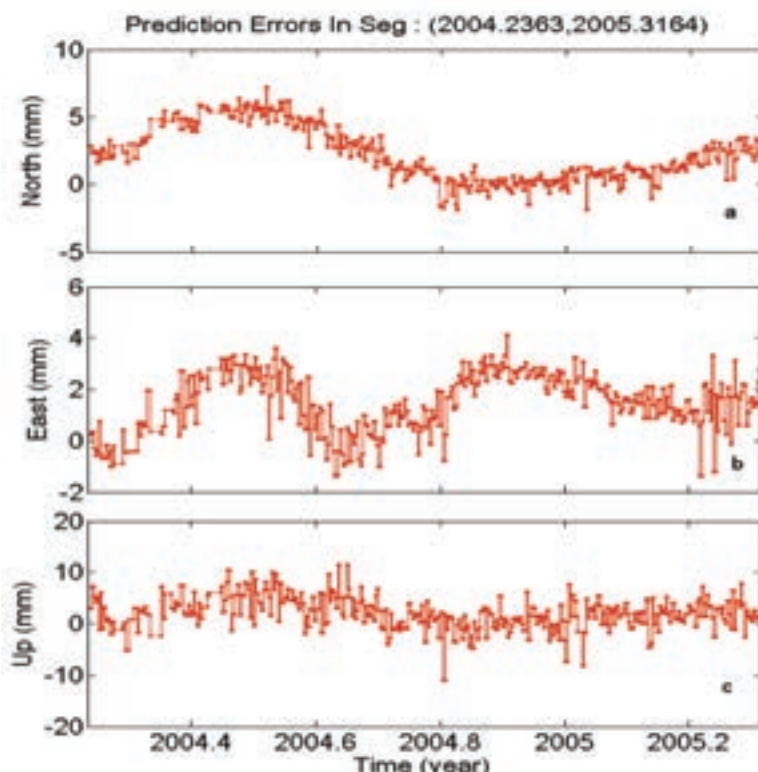
نمودارهای d، b و f همبستگی نگار مربوط به همان باقیمانده‌ها را نمایش می‌دهند. از روی همین همبستگی نگارها مشاهده می‌شود که توابع PACF در هر سه جهت مختصاتی در تأخیر یک قطع می‌شوند. بنابراین، می‌توان استنباط کرد که شواهد مدلی برای رد این فرض که باقیمانده‌ها به طور مستقل توزیع شده‌اند، وجود ندارد.

نگاره (۴) پیش‌بینی سری زمانی موقعیت روزانه ایستگاه دائمی LLAS را نشان می‌دهد. بازه زمانی مشاهدات پیش‌بینی شده به مدت حدود یک سال می‌باشد (داده‌های از سال 2004.2363 تا سال 2005.3164 پیش‌بینی شده‌اند). این پیش‌بینی‌ها، براساس مجموعه داده‌های قبلی بدست آمده‌اند. نمودار a، موقعیت‌های روزانه ایستگاه دائمی (نقاط سیاه) همراه با موقعیت‌های روزانه پیش‌بینی شده (خط قرمز) در جهت N را نمایش می‌دهد. از نمودار مشخص است که مقادیر پیش‌بینی، سازگاری خوبی با مقادیر مشاهده شده دارد. نمودارهای b و c موقعیت‌های پیش‌بینی و مشاهده شده همان ایستگاه را برای جهات E و U نمایش می‌دهند. هماهنگی خوبی بین مشاهدات و مقادیر پیش‌بینی شده در این نمودارها نیز دیده می‌شود.



نگاره ۴: پیش‌بینی سری زمانی موقعیت روزانه ایستگاه دائمی LLAS در جهات N (نمودار a)، E (نمودار b) و U (نمودار c).





نگاره ۵: خطاهای حاصل از پیش‌بینی  
 برای ایستگاه دائمی LLAS در جهت N  
 (نمودار a)، E (نمودار b) و U (نمودار c)

coordinate time series analysis strategy for high accuracy vertical land movements”, Science Direct, 2008, pp.205-216.

[3] J.Li, K.Miyashita, Kato,T. and Sh.Miyazaki, “GPS time series modeling by autoregressive moving average method: Application to the crustal deformation in central Japan”, The Society of Geomagnetism and Earth Planetary and Space Sciences (SGEPSS), 1999.

[4] J.Li, K.Miyashita, P.Ivan, and H.Torimoto, “Crustal strain field in central Japan based on the wavelet analyzed GPS time series data”, 2002, pp.10-15.

[5] R.Nikolaidia, “Observation of Geodetic and Seismic Deformation with the Global Positioning System”, PhD Thesis, University of California, San Diego, 2002.

[6] S.Bergstrand, H.G.Scherneck, M. Lidberg, and J.M.Johansson, “BIFROST: Noise properties of GPS time series”, presented at the IAG Symposium, 2005.

[7] Y.Zhang, A.I.McLeod, “Fitting MA(q) models in the closed invertible region”, Elsevier B.V., 2006.

مطالعاتی برای شناسایی رفتار سری زمانی موقعیت ایستگاه دائمی GPS معرفی گردیدند و محک اطلاعات آکایک برای تعیین مرتبه مدل اتورگرسیو میانگین متحرک مورد بحث قرار گرفت. فیلترینگ و پیش‌بینی انجام شده براساس تکنیک‌های اتورگرسیو میانگین متحرک برای آنالیزهای آنی و اتوماتیک مناسب نیست.

اتورگرسیو میانگین متحرک باعث می‌شود برخی نوسانات غیر ضروری از مشاهدات حذف گردند. بنابراین، حذف شدن برخی از مشاهدات از ابتدا و انتهای سری زمانی یکی دیگر از معایب این روش به حساب می‌آید. همچنین، استفاده از این روش باعث تغییرات دوره‌ای یا سایر تغییرات می‌شود که در داده‌های اولیه وجود نداشته است.

#### ۷- منابع و مآخذ

[1] C.Chatfield, The analysis of time series: an introduction. Chapman & Hall press, 1989.

[2] F.Norman Teferle, S.D.P.Williams, H.P.Kierulf, R.M.Bingley, and H,P.Plug, “A continuous GPS

