

ارزیابی روش‌های تعیین وضعیت ماهواره‌ها با استفاده از مشاهدات ردیاب ستاره

سعید فرزانه^۱

محمد علی شریفی^۲

سیده سمیرا طالبی^۳

تاریخ دریافت مقاله: ۱۳۹۹/۰۷/۲۱

تاریخ پذیرش مقاله: ۱۳۹۹/۰۹/۱۵

چکیده

جهت گیری دقیق یک فضاپیما نسبت به زمین، خورشید یا هر کدام از سیارات، یکی از مشکل‌ترین چالش‌ها در فناوری فضایی است. سیستم تعیین و کنترل وضعیت یکی از مهم‌ترین زیرسیستم‌های ماهواره است. هدف اصلی طراحی این زیرسیستم انتخاب بهترین الگوریتم برای استخراج وضعیت کامل از فضاپیما با توجه به دقت یا زمان اجرا یا هر دو می‌باشد. هدف الگوریتم‌های تعیین وضعیت، محاسبه جهت‌گیری فضایی ماهواره بر اساس سنسورهای است که می‌توانند اندازه‌گیری‌های مقدار شناخته را در قالب بردارهای سه‌بعدی انجام دهند. در میان سنسورهای مورد استفاده برای تعیین وضعیت فضاپیما، ردیاب ستاره توانایی انجام توأمان عملیات تعیین موقعیت، وضعیت و برآورد سرعت زاویه‌ای فضاپیما را با دقت بالا، حجم محاسبات به صرفه و مدت زمان قابل قبول برای پروژه‌های فضایی دارد. این ردیاب در میان سایر حسگرهای تعیین وضعیت، به‌عنوان دقیق‌ترین حسگر شناسایی شده و قابلیت تعیین وضعیت ماهواره‌ها با دقت مناسب حتی در مدارهای بالا را دارد. ردیاب ستاره از آسمان اطراف خود تصویربرداری می‌نماید. در بخش میکرو پردازنده این ردیاب، ستارگان موجود در تصویر اخذ شده شناسایی می‌شوند و به این ترتیب مشاهدات مورد نیاز برای انجام پروسه تعیین وضعیت حاصل می‌شوند. با شناسایی ستاره‌های تصویر شده و داده‌های چارچوب مرجع اینرشیای مربوطه، وضعیت فضاپیما با استفاده از الگوریتم‌های تعیین وضعیت مانند TRIAD و برآوردگر کواترنیون (QUEST) و ... تعیین خواهد شد. در این تحقیق هدف پرداختن به فرآیند تعیین وضعیت فضاپیما و خصوصاً بررسی و مقایسه الگوریتم‌های تعیین وضعیت، و سپس انتخاب مناسب‌ترین الگوریتم تعیین وضعیت با استفاده از مشاهدات ردیاب ستاره می‌باشد. براساس ارزیابی‌های انجام شده نتایج حاصل از الگوریتم‌های TRIAD و QUEST با روش Shuster بالاترین دقت را در بین نتایج هشت الگوریتم دیگر کسب کردند.

واژه‌های کلیدی: تعیین وضعیت فضاپیما، ردیاب ستاره، الگوریتم شناسایی ستاره، الگوریتم تعیین وضعیت، کواترنیون

۱- استادیار دانشکده مهندسی نقشه برداری و اطلاعات مکانی، پردیس دانشکده‌های فنی، دانشگاه تهران (نویسنده مسئول) farzaneh@ut.ac.ir

۲- دانشیار دانشکده مهندسی نقشه‌برداری و اطلاعات مکانی، پردیس دانشکده‌های فنی، دانشگاه تهران Sharifi@ut.ac.ir

۳- کارشناس ارشد ژئودزی، دانشکده مهندسی نقشه‌برداری و اطلاعات مکانی، پردیس دانشکده‌های فنی، دانشگاه تهران s.s.talebi@ut.ac.ir

۱- مقدمه

است. سیستم تعیین وضعیت که جزء جدایی ناپذیر سیستم کنترل ماهواره می باشد نقش بسزایی در الگوریتم های کنترلی ماهواره ایفا می کند.

به منظور توجیه ماهواره در یک سیستم مرجع اینرشیال تعیین وضعیت ماهواره امری حیاتی می باشد. علاوه بر آن با مرور تاریخچه ماهواره هایی که به منظور شناسایی فضا مورد استفاده قرار گرفته اند، متوجه خواهیم شد که بسیاری از این قبیل ماهواره ها به دلایل نامعلومی در فضا ناپدید شده اند (Sidi 1997)، یکی از احتمالات وقوع این چنین اتفاقاتی ممکن است به دلیل طبیعت ضعیف ارتباطات بین ماهواره و زمین باشد. آنتن ماهواره بایستی در هر شرایطی به سمت زمین قرار گرفته باشد. محدوده ی خطای مجاز در توجیه آنتن ماهواره کوچک است، به طوری که تجاوز از این حد ممکن است باعث از دست رفتن سیگنال ماهواره شود که در نتیجه، نتوان مجدداً به آن دسترسی یافت.

تعیین وضعیت عبارت است از محاسبه جهت ماهواره در فضا نسبت به یک مرجع و یا برخی اجرام سماوی مانند زمین که در این روند به کارگیری چند سنسور نصب شده بر روی ماهواره و استفاده از روش های مختلف پردازش و ترکیب داده های سنسوری امری اجتناب ناپذیر است. ذکر این نکته ضروری است که بررسی وضعیت یک ماهواره می تواند زمینه ای برای کنترل وضعیت و پیش بینی حرکت بعدی آن باشد که شامل دو قسمت پایدارسازی، برای حفظ وضعیت موجود و کنترل مانور به منظور تغییر از یک وضعیت به وضعیت دیگر است.

به طور کلی وضعیت یک ماهواره صلب توسط سرعت زاویه ای و پارامترهای وضعیت نظیر زوایای اوپلر یا کوآترنیون های آن تعیین می شود. پارامترهای وضعیت به حرکت چرخشی بدنه ماهواره حول مرکز جرم مربوط می شود و منظور از تعیین وضعیت، تخمین همین پارامترهای وضعیت یعنی کوآترنیون می باشد. تعیین وضعیت در بسیاری از مأموریت های ماهواره نقش حیاتی دارد و ضرورت دارد که به دقت انجام گیرد (Larson and Wertz 1992). در صورتی که

یکی از اولین ایده ها برای ناوبری یک جسم پرنده در آسمان، استفاده از موقعیت اجسام سماوی در آسمان بود. با پیدایش چنین ایده ای، سیستم های ناوبری نجومی سیر تکاملی خود را شروع کردند. در گذشته های نه چندان دور سیستم های ناوبری نجومی یکی از ارکان مهم و اساسی در هدایت هواپیماها، کشتی ها، موشک ها و فضاپیماها بودند. اما با ورود تکنولوژی مدرن سیستم های ناوبری رادیویی در دهه های گذشته، ناوبری نجومی کم کم تبدیل به یک سیستم پشتیبان گردید و در ادامه با پیدایش GPS، عملاً از ناوبری نجومی تنها در مأموریت های فضایی استفاده شد. در حال حاضر یکی از مهم ترین ارکان سیستم های ناوبری فضاپیماها در مأموریت های فضایی ردیاب های ستاره می باشند. این ردیاب ها با حجم، وزن و توان مصرفی کم از جدیدترین سیستم های الکترونیکی و اپتیکی بهره می گیرند. اکثر فضاپیماها از ژيروسکوپ ها برای اندازه گیری مداوم سرعت زاویه ای شان استفاده می کنند. مشکل عمده در به کارگیری ژيروسکوپ ها در سیستم های تعیین وضعیت فضاپیماها این است که با گذشت زمان بایاس آنها دستخوش خطایی تدریجی می شود و این امر باعث خواهد شد که اختلاف وضعیت حقیقی فضاپیما با گذشت زمان با مقدار اندازه گیری شده آن به تدریج افزایش یابد. برای رفع این مشکل نیاز به یک منبع خارجی (خورشید، ماه، زمین و ستاره ها) است که خطای ژيروسکوپ ها را به طور پریودیک تعدیل کند. به طور معمول ژيروسکوپ ها و سنسورهای منابع خارجی (ردیاب ستاره) در کنار هم در سیستم تعیین وضعیت به کار گرفته می شوند (Umland 2015; Janiczek 1996).

یکی از مهم ترین ملزومات تمامی ماهواره ها از بدو پیدایش، زیر سیستم تعیین و کنترل وضعیت است. چرا که بدون آن عملاً بهره گیری از ماهواره در جهت انجام مأموریت های تعیین شده ممکن نیست. انجام مانورهای مختلف مداری و حتی حصول مدار از عمومی ترین ملزومات تمام اینگونه سیستم ها با مأموریت های مختلف

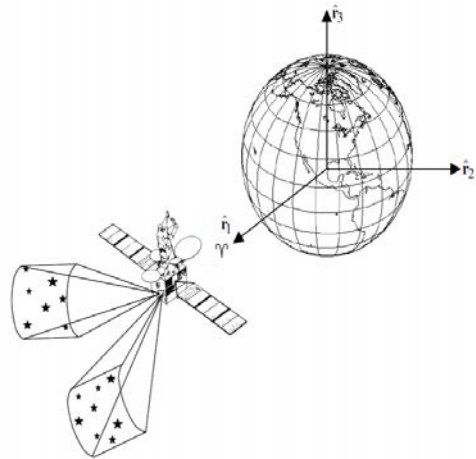
فصلنامه علمی - پژوهشی اطلاعات جغرافیایی ()
 ارزیابی روش‌های تعیین وضعیت ماهواره‌ها با استفاده از ... / ۱۰۱

ستارگان موجود در کاتالوگ شناسایی شوند تا مختصات سماوی آن‌ها به دست آید. نگاره ۲ الگوریتم استفاده از ستارگان در تعیین وضعیت ماهواره را نشان می‌دهد.

۲- ردیاب ستاره، ساختار و عملکرد آن و الگوریتم‌های تعیین وضعیت

حسگر ستاره‌یاب (نگاره ۳) یک سیستم تصویربرداری الکترواپتیکی است که بر روی جسم پرنده نصب شده و با تصویربرداری از یک مجموعه ستاره در محدوده میدان دیدش، پردازش شده و با مقایسه آن‌ها با کاتالوگ ستاره‌ای، آن‌ها را شناسایی می‌نماید. با ارسال این اطلاعات به سیستم کنترل، مسیر حرکت اصلاح می‌شود (Thomas et al. 1994). ستاره‌یاب‌ها از چهار بخش اصلی (۱) اپتیک (۲) آشکارساز (۳) واحد الکترونیک و پردازش (۴) بافل تشکیل شده‌اند.

ماهواره مجهز به سیستمی باشد که بتواند ستارگان را شناسایی نماید، می‌توان با استفاده از موقعیت ستارگان، موقعیت ماهواره را به دست آورد. به طوری که ماهواره قادر خواهد بود موقعیت خود را نسبت به زمین به منظور برقراری ارتباط مجدد بهبود بخشد (نگاره ۱).



نگاره ۱: تعیین وضعیت ماهواره توسط ردیاب ستاره (Alfriend et al. 2009)

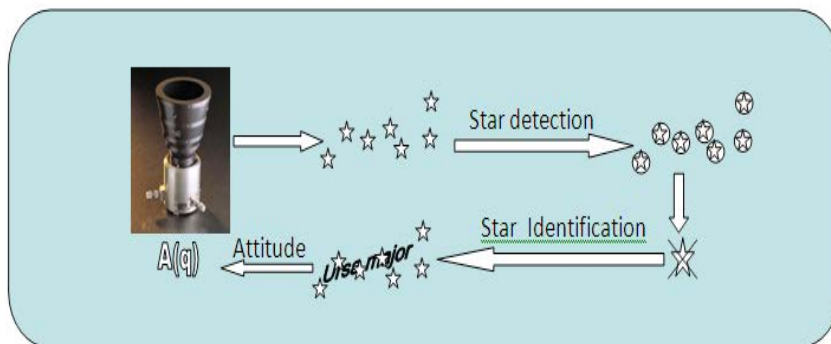
علاوه بر آن تجهیزاتی همچون مغناطیس سنج و حسگرهای خورشیدی دارای دقت کمتری نسبت به این دوربین‌های نجومی می‌باشند (Hirt and Burki 2006). وضعیت ماهواره را می‌توان با دقتی بهتر از ۱ ثانیه به وسیله روش جدید تعیین نمود (Hirt and Flury 2008).

CCD تصویری از ستارگان حول امتداد قائم تهیه می‌کند و پس از آن ستارگان استخراج شده از تصویر بایستی با

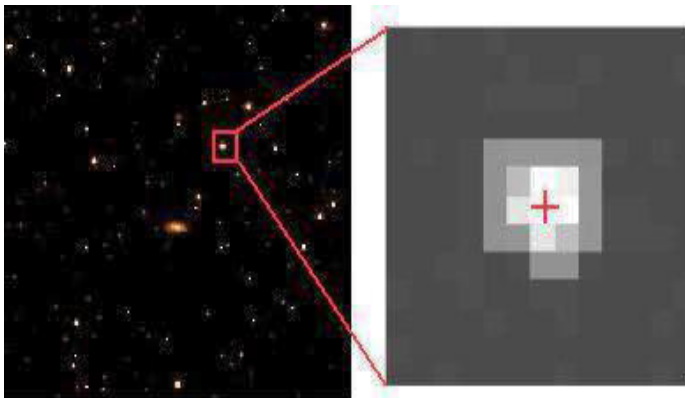


نگاره ۳: نمونه‌ای از یک حسگر ستاره

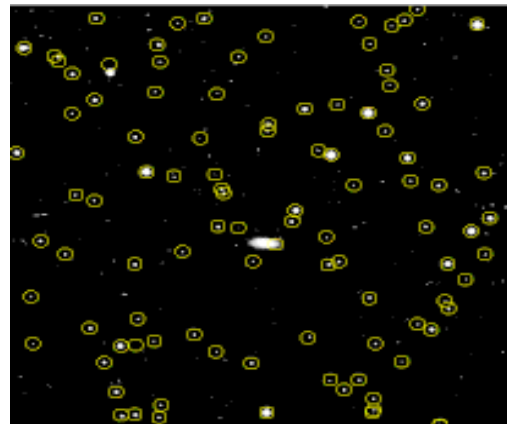
برای اطلاع دقیق از ساختار حسگرهای ستاره می‌توان مراجع موجود در این زمینه را مطالعه نمود. یکی از مراحل



نگاره ۲: فلوجارت تعیین وضعیت ماهواره با استفاده از ردیاب ستاره



نگاره ۵: توزیع شدت پیرامون ستاره تصویر شده
بر روی آشکارساز



نگاره ۴: تصویر آسمان در ایستگاه مورد نظر با استفاده
از دوربین Star1000

از این مرحله یافتن مختصات ستارگان در سیستم مختصات پیکسلی می‌باشد (علامت به علاوه در نگاره ۵).

اولین مرحله در استفاده از ستارگان تصویربرداری شده، استخراج مراکز ستارگان می‌باشد. روش تشخیص مراکز ستارگان، روش تبدیل ویژگی‌های مستقل از تغییر مقیاس نام دارد که براساس دسته خاصی از ویژگی‌های تصویر می‌باشد. این ویژگی‌ها نسبت به تغییر مقیاس، انتقال و چرخش تصویر و همچنین تا حدودی نیز نسبت به تغییرات نور و تغییرات سه بعدی هندسی، ثابت می‌باشند.

در این روش، ویژگی‌ها به‌طور کارآمد آشکار می‌شوند و سپس از طریق یک روش فیلترینگ مرحله‌ای، نقاط پایدار در فضای مقیاس مشخص می‌گردند که به آن‌ها کلیدهای تصویر می‌گویند. مزیت اصلی این روش در این است که، ویژگی‌های محلی تصویر در برابر تغییرات مقیاس مقاوم بوده و حساسیت کمتری نسبت به نور و تغییرات هندسی سه بعدی دارند. در این الگوریتم بدون نیاز به نظر گرفتن شکل تابع توزیع نقطه‌ای موقعیت ستاره با دقت زیرپیکسل، به‌صورت کاملاً اتوماتیک تعیین می‌شود. علاوه بر آن با تعیین صحیح پارامترهای الگوریتم پیشنهادی می‌توان ستارگان با قدرهای مشخص را از تصویر استخراج نمود که این امر باعث کاهش حجم محاسبات در مرحله تشخیص ستاره خواهد شد.

اساسی در تعیین وضعیت، منطبق کردن ستارگان در سیستم مختصات پیکسلی و سماوی می‌باشد. به عبارت دیگر پیدا نمودن نقاط متناظر و بهترین تبدیل بین نقاط، از جمله مراحل کلیدی است.

نگاره ۴ تصویر نمونه‌ای از آسمان را نشان می‌دهد، پس از استخراج مراکز ستارگان با استفاده از تکنیک‌های پردازش تصاویر (دوایر زرد)، بایستی آن‌ها را با مختصات سماوی آن‌ها که از کاتالوگ استخراج شده است منطبق نمود. از عواملی که می‌تواند باعث بروز مشکل گردد وجود نقاط outlier در داده‌ها و همچنین وجود نویز در داده‌ها به دلیل خطای CCD می‌باشد.

مراحل تعیین وضعیت ماهواره با استفاده از الگوریتم پیشنهادی را مطابق نگاره ۲ می‌توان به صورت (۱) تصویربرداری با استفاده از CCD (۲) استخراج دقیق مراکز ستارگان (۳) تشخیص و اندازه‌گیری ستارگان (۴) تعیین بهترین مدل ریاضی بین مختصات پیکسلی و سماوی ستارگان و (۵) تعیین وضعیت ماهواره بیان نمود.

۱-۲- الگوریتم پیشنهادی برای تشخیص ستارگان

۱-۱-۲- استخراج دقیق مراکز ستارگان

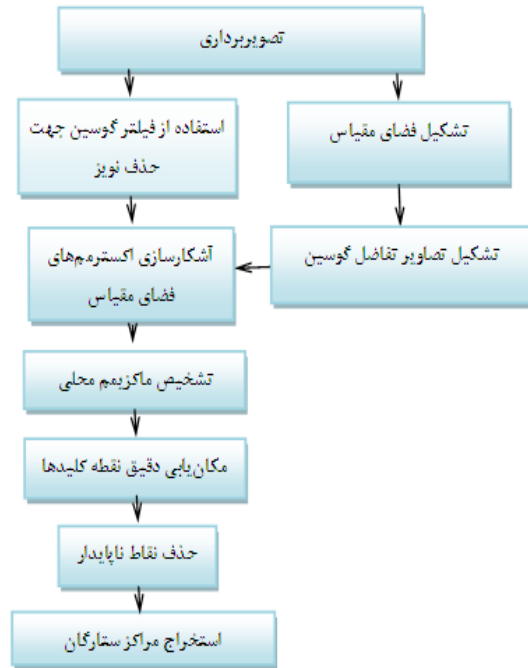
پس از تصویربرداری از ستارگان بایستی مراکز ستارگان را با دقت بسیار بالایی استخراج نمود. به عبارت دیگر هدف

۲-۱-۲- تشخیص و اندازه‌گیری ستارگان

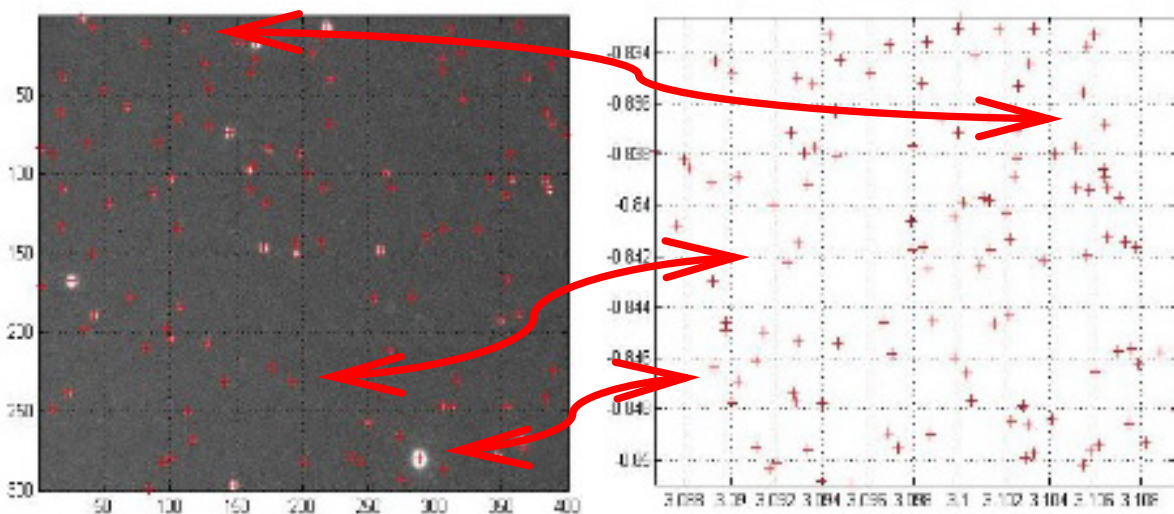
پس از استخراج مراکز ستارگان با استفاده از تکنیک‌های پردازش تصاویر، بایستی آن‌ها را با مختصات سماوی‌شان که از کاتالوگ استخراج شده است، منطبق نمود. به عبارتی هدف یافتن نقاط متناظر در این دو دسته نقطه یعنی k جفت نقطه‌ای که تحت یک تبدیل خاص به یکدیگر مرتبط می‌باشند، خواهد بود.

در این تحقیق تناظریابی به‌عنوان یک مسئله تخمین ماکزیمم انتظار با قید همگرایی حرکت بر روی میدان سرعت مطرح می‌شود به‌طوری که یک‌دسته نقطه دارای حرکتی همگرا برای منطبق شدن بر دسته دوم می‌باشند. اساس کار منطبق کردن یک مدل آمیخته گوسی بر دسته اول می‌باشد به‌طوری که مراکز اولیه آن‌ها موقعیت نقاط در سیستم مختصات اول می‌باشد، فرآیند منطبق شدن مراکز مدل گوسین به موقعیت نهایی آن‌ها (نقاط در سیستم مختصات دوم) به‌عنوان یک حرکت موقت با قید همگرایی حرکت در نظر گرفته می‌شود. خروجی الگوریتم انطباق مختصات پیکسلی و سماوی ستارگان ماتریس P خواهد بود که ستون نام آن احتمال متناظر بودن ستاره نام با تک‌تک ستارگان در کاتالوگ می‌باشد. در الگوریتم پیشنهادی تناظریابی

با استفاده از الگوریتم پیشنهادی توسط شریفی، صمدزادگان، فرزانه (۲۰۰۸) مراکز ستارگان با دقت زیرپیکسل استخراج می‌شوند. فلوجارت استخراج مراکز ستارگان با استفاده از الگوریتم مذکور، در نگاره ۶ نشان داده شده است (Sharifi et al. 2008).



نگاره ۶: فلوجارت استخراج مراکز ستارگان



نگاره ۷: تشخیص و اندازه‌گیری ستارگان، هدف از این مرحله یافتن ستارگان متناظر بین تصویر (سمت چپ) و کاتالوگ (سمت راست) می‌باشد.

به عنوان یک مسئله تخمین ماکزیمم انتظار^۱ با قید همگرایی حرکت بر روی میدان سرعت مطرح می‌گردد، به طوری که یک دسته نقطه دارای حرکتی همگرا برای منطبق شدن بر دسته دوم می‌باشند. اساس کار منطبق کردن یک مدل آمیخته گوسی^۲ بر دسته اول می‌باشد، به طوری که مراکز اولیه آن‌ها موقعیت نقاط در سیستم مختصات اول می‌باشد. برای نیل به هدف مذکور از الگوریتم پیشنهادی توسط شریفی، صمدزادگان، فرزانه (۲۰۰۸) استفاده می‌شود. فلوچارت شناسایی و اندازه‌گیری ستارگان در نگاره ۸ ارائه شده است.

(Hooijberg 2008)

$$\zeta = -\frac{\cos\delta \cdot \sin(\alpha - \alpha_0)}{\cos\delta_0 \cdot \cos\delta \cdot \cos(\alpha - \alpha_0) + \sin\delta_0 \cdot \sin\delta}$$

$$\eta = \frac{\sin\delta_0 \cos\delta \cdot \cos(\alpha - \alpha_0) - \cos\delta_0 \cdot \sin\delta}{\cos\delta_0 \cdot \cos\delta \cdot \cos(\alpha - \alpha_0) + \sin\delta_0 \cdot \sin\delta}$$

رابطه (۱)

روابط (۱) در صورت وجود مفروضات زیر برقرار می‌باشند: الف) محور نوری تلسکوپ از مبدأ مختصات روی صفحه عکاسی می‌گذرد.

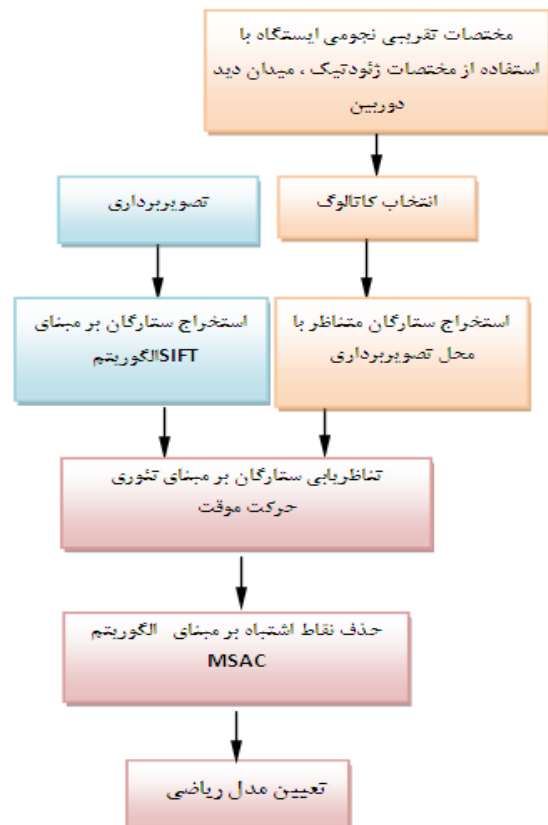
ب) صفحه عکاسی بر محور نوری عمود است.

ج) محور h با تصویر دایره نصف‌النهار مرکزی، برای اپک t روی صفحه مماس دقیقاً یکی است.

د) محور h بر محور x عمود است.

در عمل رسیدن به این وضع بدون داشتن نقص هندسی، امکان‌پذیر نمی‌باشد و در نتیجه باید انتظار داشت که مختصات تصویر ستاره، که نسبت به محورهای روی صفحه تصویر اندازه گرفته می‌شوند با مختصات استاندارد نظری تفاوت داشته باشند. علاوه بر آن از اثر شکست و از اثر ابیراهی چشم‌پوشی کرده‌ایم در حالی که می‌دانیم تصویر ستاره در اثر این پدیده‌ها از موقعیت واقعی آن متفاوت خواهد بود. در صورتی که مختصات استاندارد واقعی ستاره را با x, h و مختصات تحت‌تأثیر خطای ویژه مورد نظر را با x و y نشان دهیم، ثابت می‌شود که مختصات مذکور تحت تبدیل

مختصات تقریبی نجومی ایستگاه با استفاده از مختصات ژئودتیک، میدان دید دوربین



نگاره ۸: فلوچارت شناسایی ستارگان

۳- تعیین مدل ریاضی

پس از مراحل فوق موقعیت ستارگان در سیستم مختصات سماوی (a, d) و سیستم مختصات پیکسلی موجود خواهد بود. چون مختصات صفحه تصویر (x, y)

1- Expectation Maximazation

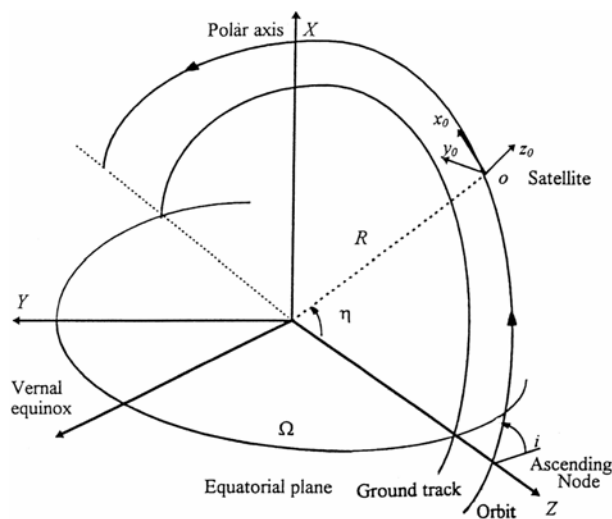
2- Gaussian mixture model

به صورت رابطه (۳) است (Sidi 1997):

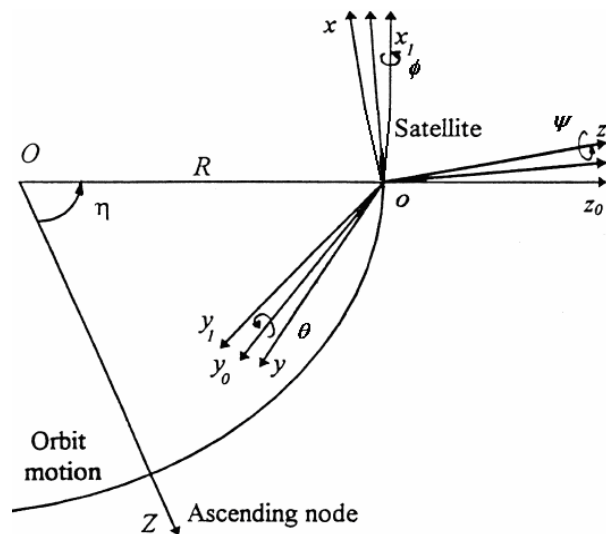
$$A(\omega) = \begin{bmatrix} c\theta c\psi & c\theta s\psi & -s\theta \\ -c\phi s\psi + s\phi s\theta c\psi & c\phi c\psi + s\phi s\theta s\psi & s\phi c\theta \\ s\phi s\psi + c\phi s\theta c\psi & -s\phi c\psi + c\phi s\theta s\psi & c\phi c\theta \end{bmatrix}$$

رابطه (۳)

برای سهولت در نمایش از نمادهای s, c به ترتیب به جای \sin, \cos استفاده شده است.



نگاره ۹: ساختار حرکت مداری دستگاه‌های اینرشیال - مداری (Shterev 2015)



نگاره ۱۰: حرکت مداری دستگاه‌های مداری - بدنه

(Shterev 2015)

پروژکتیو به یکدیگر مرتبط می‌شود (Hirt and Burki 2006):

$$\xi = \frac{ax + by + c}{gx + hy + 1}$$

$$\eta = \frac{ex + fy + g}{gx + hy + 1}$$

رابطه (۲)

با توجه به مجهول بودن مختصات استاندارد واقعی ستارگان، به جای استفاده از مدل‌های فیزیکی از مدل‌های تجربی مثل توابع رشنال و چندجمله‌ای‌ها با ضرایب مختلف استفاده می‌شود. برای حل معادلات مورد نظر و برقراری ارتباط بین دو فضا به تعدادی نقاط متناظر نیاز می‌باشد که در مراحل قبل با دقت بالا به دست آمده است. با استفاده از الگوریتم پیشنهادی توسط شریفی، صمدزادگان، فرزانه توابع رشنال از درجه سوم بهترین نتیجه را از لحاظ میزان باقیمانده و حذف کلیه خطاها (نوسانات دورین، کرویت زمین، انکسار اتمسفر و اعوجاج عدسی) ارائه می‌دهد.

۳-۱- معادلات وضعیت ماهواره

ساختار یک مدار کپلری و یک ماهواره متقارن محوری مجهز به بوم گرادیان جاذبه‌ای با مرکز جرم O که حول نقطه O (مرکز جرم زمین) حرکت می‌کند، در نگاره ۹ نشان داده شده است.

سیستم مختصات $OXYZ$ ، دستگاه اینرشیال بوده و متعامد راستگرد می‌باشد، به گونه‌ای که OY عمود بر صفحه مداری و OZ از نقطه حضيض عبور می‌کند. دستگاه $Ox_0y_0z_0$ دستگاه مختصات مداری (مرجع) می‌باشد. Oy_0 عمود بر صفحه مداری و Oz_0 در امتداد عمود محلی می‌باشند. همچنین توصیف‌کننده دستگاه مختصات بدنه با محورهای اصلی است.

حال اگر مطابق نگاره ۱۰ دوران‌های i, q, γ به ترتیب حول محورهای یاء، پیچ و رول انجام گیرند بر دستگاه مختصات بدنه منطبق خواهند شد. ماتریس انتقال از دستگاه مختصات مداری به دستگاه مختصات بدنه به ازای توالی

$$\dot{\vec{q}} = \frac{1}{2} \vec{\omega} \cdot \vec{q}_4 - \frac{1}{2} \vec{\omega} \times \vec{q} , \dot{q}_4 = -\frac{1}{2} \vec{\omega} \cdot \vec{q} \quad \text{رابطه (۶)}$$

ماتریس وضعیت را می‌توان براساس کوآترنیون‌ها به صورت روابط (۷ تا ۱۱) تشکیل داد (Sidi 1997):

$$A(q) = \Xi^T(q) \Psi(q) \quad \text{رابطه (۷)}$$

$$\Xi(q) \equiv \begin{bmatrix} q_4 I_{3 \times 3} + [q_{13} \times] \\ \dots \\ -q_{13}^T \end{bmatrix} \quad \text{رابطه (۸)}$$

$$\Psi(q) \equiv \begin{bmatrix} q_4 I_{3 \times 3} - [q_{13} \times] \\ \dots \\ -q_{13}^T \end{bmatrix} \quad \text{رابطه (۹)}$$

$$q_{13} \equiv [q_1, q_2, q_3]^T \quad \text{رابطه (۱۰)}$$

$$[q_{13} \times] = \begin{bmatrix} 0 & -q_3 & q_2 \\ q_3 & 0 & q_1 \\ -q_2 & q_1 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{رابطه (۱۱)}$$

۳-۲- تعیین وضعیت ماهواره با استفاده از ستارگان
مرحله آخر در تعیین وضعیت ماهواره استفاده از ستارگان شناسایی شده برای استخراج کوآترنیون‌ها می‌باشد. الگوریتم‌های متفاوتی به منظور رسیدن به این هدف موجود می‌باشد در این مقاله الگوریتم‌های QUEST, TRIAD, ESOQ و SVD, Q-method برای تعیین وضعیت ماهواره ارائه شده و مورد استفاده قرار گرفته‌اند.

۳-۲-۱- الگوریتم TRIAD

TRIAD اولین الگوریتم منتشر شده برای تعیین وضعیت فضاپیما با استفاده از دو بردار مشاهده بود که به طور گسترده‌ای در تعیین وضعیت زمین مبنا و onboard مورد استفاده قرار گرفت.

به دلیل سادگی در محاسبات، این الگوریتم در تعیین وضعیت فضاپیما بسیار مورد استفاده قرار می‌گیرد. فرض کنید مؤلفه‌های دو بردار یکه در چارچوب بدنی فضاپیما اندازه‌گیری شده باشند و همچنین مقدار این مؤلفه‌ها در چارچوب مرجع نیز معلوم باشد.

براساس توالی فوق، معادلات سینماتیکی ماهواره به صورت رابطه (۴) به دست می‌آیند:

$$\omega_x = \dot{\phi} - \dot{\psi} \sin \theta - \omega_0 \cos \theta \sin \psi$$

$$\omega_y = \dot{\theta} \cos \phi + \dot{\psi} \cos \theta \sin \phi - \omega_0 (\cos \phi \cos \psi + \sin \phi \sin \theta \sin \psi)$$

$$\omega_z = \dot{\psi} \cos \theta \cos \phi - \dot{\theta} \sin \phi - \omega_0 (\sin \phi \cos \psi + \cos \phi \sin \theta \sin \psi) \quad \text{رابطه (۴)}$$

در رابطه (۴) $w = [w_x \ w_y \ w_z]$ سرعت‌های زاویه‌ای ماهواره، w_0 سرعت مداری ماهواره به دور زمین و j, q, γ زوایای اویلر هستند.

چرخش سیستم‌های مختصات را می‌توان براساس یک بردار کوآترنیون نیز توصیف کرد. ویژگی بارز کوآترنیون‌ها آن است که یک قانون ضرب مناسب برای چرخش‌ها و همچنین شکلی ساده از سینماتیک وضعیت را فراهم می‌نماید.

بنابر تئوری اویلر هر جابه‌جایی دورانی خالصی را می‌توان با یک دوران (زاویه اویلر) که تعریف‌کننده مقدار دوران است حول یک بردار واحد (محور اویلر) که تعریف‌کننده محور دوران است جایگزین نمود. بر طبق تعریف چهار پارامتر کوآترنیون بدین صورت تولید می‌شوند که هرگاه فریم R را حول بردار $[e_1, e_2, e_3]^T$ به اندازه a دوران بدهیم، فریم جدید B به وجود می‌آید که برای بیان وضعیت آن داریم:

$$q_i = e_i \sin \frac{\alpha}{2}, q_4 = \cos \frac{\alpha}{2}, i = 1, 2, 3 \quad \text{رابطه (۵)}$$

به طوری که e_i ها مؤلفه‌های بردار یکه محور اویلر در سیستم مختصات مداری و a زاویه اویلر می‌باشد. سه مؤلفه اول در واقع بخش برداری و مؤلفه آخر کمیت اسکالر آن است. معادله دیفرانسیلی سینماتیک ماهواره برحسب پارامترهای کوآترنیون با مشتق‌گیری از روابط (۴) به دست می‌آید:

فصلنامه علمی - پژوهشی اطلاعات جغرافیایی (۱۰۷ / ... / ۱۰۷)

$$A \equiv [W_1 \ W_2 \ W_3][V_1 \ V_2 \ V_3]^T = \sum_{i=1}^3 W_i V_i^T \quad (14)$$

که v_i را به وسیله معادله (۱۵) به w_i تبدیل می‌کند:

$$A V_i = W_i, \text{ for } i = 1, 2, 3 \quad (15)$$

سه گانه TRIAD سه گانه $\{V_1, V_2, V_3\}$ را از r_1 و r_2 و r_x و سه گانه $\{W_1, W_2, W_3\}$ را از b_1 و b_2 به شیوه رابطه (۱۶) تشکیل می‌دهد:

$$\begin{cases} V_1 = r_1, V_2 = r_x \equiv \frac{r_1 \times r_2}{\|r_1 \times r_2\|}, \\ V_3 = r_1 \times r_x \\ W_1 = b_1, W_2 = b_x \equiv \frac{b_1 \times b_2}{\|b_1 \times b_2\|}, \\ W_3 = b_1 \times b_x \end{cases} \quad (16)$$

سپس برآورد ماتریس وضعیت توسط معادله ۱۷ ارائه می‌شود:

$$\hat{A}_{TRIAD} = b_1 r_1^T + (b_1 \times b_x)(r_1 \times r_x)^T + b_x r_x^T \quad (17)$$

روش‌های متعددی به منظور تعیین وضعیت و با هدف حداقل سازی تابع هزینه پایه‌ریزی شده‌اند. این روش‌های تخمین یا تعیین وضعیت زمانی که تنها یک بردار مشاهده در دسترس باشد یا زمانی که مشاهدات موازی هستند با شکست مواجه می‌شوند.

الگوریتم‌های شناسایی ستاره می‌توانند شناسایی بیش از دو ستاره را فراهم کنند. بنابراین در این زمان روش‌های موجود معمولاً با بهینه‌سازی یک عملکرد خطا به حداقل حد مطلوب عمل می‌کنند. تقریباً تمام این پیشرفت‌ها بر مبنای مسئله‌ی پیشنهاد شده از جانب وهبا^۱ در سال ۱۹۶۵ می‌باشد. مسئله وهبا، یافتن ماتریس ارتوگونال A با مقدار دترمینان $+1$ بود که بتواند تابع هزینه ارائه شده در رابطه (۱۸) را مینیمم نماید (Markley and Crassidis 2014; Cheng and Shuster 2008; Shterev 2015)

$$L(A) \equiv \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N a_i \|b_i - A r_i\|^2 \quad (18)$$

با توجه به قید نرمال، هر یک از این بردارهای یکه شامل تنها دو بخش عددی مستقل از اطلاعات وضعیت هستند. بنابراین سه پارامتر برای معرفی ماتریس A مورد نیاز می‌باشد. در کل دو بردار یکه مشاهداتی برای تعیین ماتریس A ضروری است. در حقیقت دو بردار، وضعیت را فرامعین می‌کنند. برای نمایش بردار در چارچوب بدنی فضایی از علامت x_B و برای نمایش بردار در چارچوب مرجع نیز از علامت x_R استفاده می‌شود. برای جلوگیری از ازدیاد زیرنویس‌ها، دو بردار در چارچوب بدنی با b_1 و b_2 و همچنین دو بردار در چارچوب مرجع با r_1 و r_x نشان داده می‌شوند. ماتریس وضعیت برآورد شده، ماتریسی است که بردارها را از چارچوب مرجع به چارچوب بدنی فضایی دوران می‌دهد، بنابراین هدف یافتن ماتریسی به صورت رابطه (۱۲) است (Markley 1999; Shuster and Oh 1981):

$$A r_i = b_i, \text{ for } i = 1, 2 \quad (12)$$

این به‌طور کلی امکان‌پذیر نیست، اگرچه برای معادله (۱۲) اشاره می‌کند که:

$$b_1, b_2 = (A r_1), (A r_2) = r_1^T A^T A r_2 = r_1, r_2 \quad (13)$$

این تساوی برای مشاهدات عاری از خطا صادق است، اما در حالت کلی در مواجهه با خطاهای مشاهدات صحیح نیست. الگوریتم کلاسیک TRIAD بر این فرض مبتنی است که یکی از بردارهای یکه که به‌طور قراردادی با b_1 نشان داده می‌شود، بسیار دقیق‌تر از بردار دیگر برآورد می‌شود. بنابراین برآورد به‌درستی تساوی $A r_1 = b_1$ را تحقق می‌بخشد و $A r_2 = b_2$ به‌صورت تقریبی خواهد بود.

اساس این روش به این صورت است که اگر یک سه‌گانه دست راستی اورتونرمال از بردارهای $\{V_1, V_2, V_3\}$ در چارچوب مرجع، و یک سه‌گانه دست راستی اورتونرمال متناظر از بردارهای $\{W_1, W_2, W_3\}$ در چارچوب بدنی فضایی در اختیار باشد، آنگاه ماتریس وضعیت به‌صورت رابطه (۱۴) خواهد بود:

که $\{b_i\}$ مجموعه N بردار یکه مشاهده شده در چارچوب بدنی فضاییما، $\{r_i\}$ مجموعه بردارهای متناظر در چارچوب مرجع، و $\{a_i\}$ وزنهای نامنفی هستند. با استفاده از اورتوگونال بودن ماتریس A ، نرم واحد بردارهای یکه، و انحراف معیار $trace$ ماتریس، رابطه (۱۹) را خواهیم داشت:

$$b_i^T \Xi^T(q) \psi(q) r_i = [b_i]^T [q \odot]^T [q \otimes] \begin{bmatrix} r_i \\ 0 \end{bmatrix}$$

رابطه (۲۲)

به کمک رابطه (۲۲) می توان تابع هزینه را به صورت رابطه (۲۳) بیان کرد:

$$L(A(q)) = \lambda_0 - q^T K(B) q$$

رابطه (۲۳)

که در آن $K(B)$ ماتریسی متقارن به صورت رابطه (۲۴) است:

$$K(B) = \begin{bmatrix} B + B^T - tr(B)I_3 & z \\ z^T & tr(B) \end{bmatrix}$$

رابطه (۲۴)

که ماتریس z در رابطه (۲۴) به صورت رابطه (۲۵) تعریف می شود:

$$z = \sum_{i=1}^N a_i (b_i \times r_i)$$

رابطه (۲۵)

تجزیه مقادیر ویژه / بردارهای ویژه K می تواند به صورت رابطه (۲۶) در نظر گرفته شود:

$$K(B) = \sum_{i=1}^4 \lambda_i q_i q_i^T$$

رابطه (۲۶)

در رابطه (۲۶) q_i یک بردار ویژه با مقدار ویژه λ_i است. با توجه به رابطه های ارائه شده فرم نهایی رابطه (۲۱) می تواند به صورت رابطه (۲۷) در نظر گرفته شود:

$$L(A(q)) = \lambda_0 - \lambda_1 + \sum_{i=2}^4 (\lambda_1 - \lambda_i) (q^T q_i)^2$$

رابطه (۲۷)

جایی که برابری سوم باقی می ماند، زیرا چهار بردار ویژه یک پایه اورتونرمال را تشکیل می دهند و نیز به این دلیل که ترم $i=1$ در مجموع دوم، کلاً ناپدید می شود. تابع هزینه مینیمم می شود اگر کواترینوم بر q_2, q_3, q_4 متعامد

$$\|b_i - Ar_i\|^2 = \|b_i\|^2 + \|Ar_i\|^2 - 2b_i^T(Ar_i)$$

رابطه (۱۹)

بنابراین می توان تابع هزینه را به فرم ساده تر رابطه (۲۰) نوشت:

$$\begin{cases} L(A) = \lambda_0 - tr(AB^T) \\ \lambda_0 = \sum_{i=1}^N a_i \\ B = \sum_{i=1}^N a_i b_i r_i^T \end{cases}$$

رابطه (۲۰)

در رابطه (۲۰)، B ماتریس پروفیل وضعیت می باشد. بنابراین تابع هزینه مینیمم می شود اگر $tr(AB^T)$ ماکزیمم شود. در ادامه سایر الگوریتم ها که اساس آن ها حل مسئله وهبا می باشد مورد بررسی قرار می گیرند.

۳-۲-۲- الگوریتم Q-Method

پائول داونپورت یک پیشرفت واقعی در استفاده از مسئله وهبا را برای تعیین وضعیت فضاییما ارائه کرد. الگوریتم Q-Method داونپورت از نمایش کواترینوم وضعیت برای پارامتری کردن مسئله وهبا استفاده می کند، که به عنوان یک مسئله مقدار ویژه فرموله می شود.

روش q ، روشی برای محاسبه کواترینوم بهینه به عنوان بردار ویژه ماتریس متقارن \mathcal{E} در \mathcal{E} با بزرگ ترین مقادیر ویژه است. بر این اساس رابطه (۲۱) را می توان بیان کرد.

$$L(A(q)) = \lambda_0 - \sum_{i=1}^N a_i b_i^T A(q) r_i = \lambda_0 - \sum_{i=1}^N a_i b_i^T \Xi^T(q) \psi(q) r_i$$

رابطه (۲۱)

ترم اول معادله (۲۹) را می‌توان معادل دو ترم رابطه (۳۰) در نظر گرفت:

$$\begin{cases} (\rho I_3 - S)\hat{q}_{1:3} = \hat{q}_4 z \\ (\lambda_{max} - trB)\hat{q}_4 - z^T \hat{q}_{1:3} = 0 \\ \rho = \lambda_{max} + trB \end{cases} \quad \text{رابطه (۳۰)}$$

اگر ρ_{max} معلوم باشد، ترم اول معادله ۳۰ کوآترینیون بهینه را به صورت رابطه (۳۱) به دست خواهد داد:

$$\hat{q} = \alpha \begin{bmatrix} adj(\rho I_3 - S)z \\ det(\rho I_3 - S) \end{bmatrix} \quad \text{رابطه (۳۱)}$$

که α به وسیله نرمالیزه کردن برآورد می‌شود. با جایگذاری معادله (۳۱) در ترم اول معادله (۳۰) یک معادله ضمنی برای مقدار ویژه ماکزیمم به دست می‌آید:

$$(\lambda_{max} - trB)det(\rho I_3 - S) - z^T dj(\rho I_3 - S)z = 0 \quad \text{رابطه (۳۲)}$$

این فقط معادله مشخصه $K(B)$ است. به وسیله تعریف ماتریس الحاقی و دترمینان معادله (۳۲) تبدیل به یک معادله ضمنی برای ρ_{max} می‌شود:

$$\begin{cases} adj(\rho I_3 - S) = adjS + \rho S + \\ \quad \rho(\rho - trS)I_3 \\ det(\rho I_3 - S) = \rho^3 - \rho^2 trS + \\ \quad \kappa\rho - detS \\ \kappa \equiv tr(adjS) \end{cases} \quad \text{رابطه (۳۳)}$$

بیان ماتریس الحاقی با استفاده از قضیه کیلی - همیلتون بسیار ساده‌تر می‌شود، بر اساس این قضیه یک ماتریس از معادله مشخصه اش تبعیت می‌کند، یعنی به ماتریس S . به این صورت که:

$$S^3 - S^2 trS + S tr(adjS) - I_3 detS = 0_{3 \times 3} \quad \text{رابطه (۳۴)}$$

با ضرب کردن از طریق الحاقی S و با استفاده از ساده‌سازی‌های جبری به رابطه (۳۵) می‌رسیم:

$$adjS = S^2 - S trS - \kappa I_3 \quad \text{رابطه (۳۵)}$$

با این جایگذاری‌ها معادله (۳۲) می‌تواند به صورت یک

باشد، به عنوان مثال کوآترینیون بهینه، یک بردار ویژه نرمالایز شده از K و متناظر با بزرگ‌ترین مقدار ویژه یعنی $\hat{q} = q_1$ است. این نتیجه همچنین می‌تواند با استفاده از یک ضریب لاگرانژ برای افزودن قید نرم کوآترینیون به تابع هزینه نیز مشتق شود. در نهایت تابع هزینه بهینه برابر خواهد بود با:

$$L(A(\hat{q})) = \lambda_0 - \lambda_{max} \quad \text{رابطه (۲۸)}$$

طبق تعریف تابع هزینه نا منفی است، بنابراین رابطه $0 \leq \rho_{max}$ درست خواهد بود. از آن جایی که ما انتظار داریم مقدار بهینه تابع هزینه کوچک باشد، مقدار $\rho_{max} - 0$ یک داده کنترل کیفیت خیلی مفید را فراهم می‌آورد. الگوریتم‌های بسیار قوی برای حل مسئله مقادیر ویژه متقارن وجود دارند و متد داونپورت بهترین روش برای حل مسئله وهبا باقی می‌ماند، اگر به یکی از الگوریتم‌های تجزیه مقادیر ویژه دسترسی داشته باشد.

۳-۲-۳- الگوریتم QUEST

متد q داونپورت برای محاسبه برآوردهای وضعیت در پروژه HEAO-B در سال ۱۹۷۸ مورد استفاده قرار گرفته بود. اما نمی‌توانست محاسبات وضعیت متوالی بیشتری که مورد نیاز فضاپیمای MAGSAT که یک سال بعد پرتاب شده بود را با استفاده از کامپیوترهای آن زمان فراهم کند. الگوریتم QUEST برای پاسخ به این نیاز ابداع شد، و پرکاربردترین الگوریتم برای حل مسئله وهبا شد این روش اولین بار توسط اشمیت و او ابداع شد که روشی سریع و متداول می‌باشد (Shuster and Oh 1981; Markley and Crassidis 2014). شرط مقدار ویژه داونپورت را می‌توان به صورت رابطه (۲۹) بیان کرد:

$$\begin{cases} 0_4 = H(\lambda_{max})\hat{q} \\ H(\lambda) \equiv \lambda I_4 - K(B) = \\ \begin{bmatrix} (\lambda + trB)I_3 - S & -z \\ -z^T & \lambda - trB \end{bmatrix} \\ S \equiv B + B^T \end{cases} \quad \text{رابطه (۲۹)}$$

معادله درجه چهار برای λ نوشته شود:

$$0 = \psi_{QUEST}(\lambda) = [\lambda^2 - (trB)^2 + \kappa]$$

رابطه (۳۶)

مشاهده مهم شوستر این بود که λ_{max} می تواند به راحتی با استفاده از تکرار نیوتون رافسون و با شروع از مقدار λ_0 به عنوان مقدار اولیه به دست آید، زیرا همانگونه که قبلاً مشاهده شد اگر مقدار تابع هزینه کوچک باشد این دو مقدار خیلی به هم نزدیک خواهند بود.

در حقیقت یک تکرار تک به طور کلی کافی می باشد، و تقریب $\lambda_{max} = \lambda_0$ در بسیاری موارد کافی است. کارایی الگوریتم QUEST از جایگزینی عملیات تکراری بر روی ماتریس های 4×4 که مورد نیاز الگوریتم داونپورت است با محاسبات عددی تکراری در اثر ضرب ماتریس های ساده تر، نتیجه می شود. تحلیل های عددی نشان می دهد که حل نمودن معادله مشخصه بهترین راه برای یافتن مقادیر ویژه نیست. در کل، بنابراین متد QUEST در اصل از استحکام کمتری نسبت به متد داونپورت برخوردار است.

به این ترتیب سه ستون M بر روی یک صفحه واقع می شوند و q می بایست متعامد باشد، بنابراین می توان نوشت:

$$\begin{cases} \hat{q}_{1:3} = \alpha'' (\lambda_{max} - trB) (m_i \times m_j) \\ \hat{q} = \alpha'' \begin{bmatrix} \alpha'' (\lambda_{max} - trB) (m_i \times m_j) \\ z \cdot (m_i \times m_j) \end{bmatrix} \end{cases}$$

رابطه (۳۸)

α با نرمالایز کردن کواترنیون، برآورد می شود. این محاسبات از لحاظ عددی اهمیتی ندارد، اگر $(\lambda_{max} - trB)$ نزدیک به صفر باشد، می توان با استفاده از یک چرخش سیستم مرجع برای به حداقل رساندن trB ، از این شرایط سینگولار جلوگیری شود. توجه داشته باشید که یا یک چارچوب بهینه یا یک چارچوب دوران داده شده قابل قبول برای ESOQ می تواند توسط بازرسی از ماتریس B و بدون نیاز به ارزیابی وضعیت قبلی و یا جستجو تکراری پیدا شود. الگوریتم های محبوب QUEST و ESOQ از تکینگی با استفاده از یک سیستم مرجع چرخشی جلوگیری می کنند (Markley and Mortari 2000).

۳-۲-۴- الگوریتم ESOQ

با ضرب ترم اول معادله (۳۰) در $(\lambda_{max} - trB)$ ، جایگزینی ترم دوم معادله (۳۰) برای \hat{q}_4 در $(\lambda_{max} - trB)$ سمت راست، و بازنویسی مجدد، معادله (۳۷) حاصل می شود:

$$\begin{cases} M \hat{q}_{1:3} = 0_3 \\ M \equiv (\lambda_{max} - trB) (\rho I_3 - S) - zz^T \\ = [m_1 \ m_2 \ m_3] \\ detM = (\lambda_{max} - trB)^2 det \\ (\lambda_{max} I_4 - K) \end{cases}$$

رابطه (۳۷)

این رابطه تبعیت می کند از λ_{max} که یک مقدار ویژه $K(B)$ می باشد و M سینگولار است، همانطور که می بایست برای ترم اول معادله (۳۷) باشد، تا یک پاسخ قابل توجه وجود داشته باشد.

۳-۲-۵- الگوریتم تجزیه مقادیر منفرد (SVD)

فارل و استوئلپناگل یکی از اولین راه حل ها برای مسئله وهبا را ارائه کردند. آن ها تجزیه قطبی ماتریس B را به یک ماتریس متعامد و یک ماتریس مثبت نیمه متقارن نیمه قطعی، به تبعیت از تکه تکه نمودن یک ماتریس متقارن انجام دادند. این روند دو مرحله ای معادل با پروسه تک مرحله ای شناخته شده با عنوان تجزیه مقدار منفرد است، که الگوریتم های بسیار قوی آن توسعه یافته است. تجزیه مقدار منفرد ماتریس پروفیل وضعیت توسط رابطه (۳۹) ارائه می شود:

$$B = U \Sigma V^T = U \text{diag}([s_1 \ s_2 \ s_3]) V^T$$

رابطه (۳۹)

ماتریس های U و V تضمین نمی دهند که درمیان $+1$ داشته باشند، و ما فقط به ماتریس های متعامد مناسب علاقه مندیم، بنابراین مناسب است ماتریس چرخش به

ردیاب ستاره و همچنین ارزیابی الگوریتم‌های مختلف تعیین وضعیت از نظر دقت می‌باشد. پیاده‌سازی انجام گرفته توسط برنامه MATLAB صورت پذیرفته است.

۴-۱- داده‌های ورودی

در این مقاله روش پیشنهادی براساس داده‌های ذکر شده در جدول (۱) مورد ارزیابی قرار گرفته است. پس از تصویربرداری از ستارگان بایستی مراکز آن‌ها را با دقت بالایی استخراج نمود.

دقت این مرحله، تأثیر بالایی در دقت تعیین موقعیت نجومی و تعیین وضعیت با استفاده از تصویربرداری رقومی از ستارگان خواهد داشت. چرا که نقاط استخراج شده به عنوان مختصات ستارگان در سیستم مختصات پیکسلی در نظر گرفته می‌شود.

جدول ۱: مشخصات داده‌های مورد استفاده

Star Tracker	
Camera	TZK2-D
Image size	400×300
Exposure start	1998 Mar.7 16:22:27 UT
Exposure	20 Sec
Center	RA : 11 ^h 50 ^m 00.78" Dec : -48 ^o 14'22.9"
FOV	1.037×0.778
Pixel Size	9.33"/Pixel
فشار هوا	۹۹۰ میلی بار
UTC	17 ^h 36 ^m 51 ^s
زمان نور دهی	۱۰ ثانیه

سیستم مختصات مورد استفاده برای بردار ستارگان در سیستم مختصات اینرشیال و نیز سیستم مختصات بدنی فضاپیما مطابق با سیستم‌های تشریح شده در بخش قبل می‌باشد. به منظور انجام پروسه تعیین وضعیت توسط ردیاب ستاره در مرحله اول نیاز به تصویر اخذ شده توسط این

صورت رابطه (۴۰) تعریف شود:

$$\begin{cases} U_+ \equiv U \text{diag}([1 \ 1 \ \det U]) \\ V_+ \equiv V \text{diag}([1 \ 1 \ \det V]) \\ B = U_+ \Sigma' V_+^T \\ = U_+ \text{diag}([s_1 \ s_2 \ s_3']) V_+^T \\ s_3' = s_3 \det U \det V \end{cases} \quad \text{رابطه (۴۰)}$$

اکنون یک ماتریس دوران و زاویه / محور اوایلر آن به شرح رابطه (۴۱) تعریف می‌شود:

$$\begin{cases} W \equiv U_+^T A V_+ = (\cos \theta) I_3 - \\ \sin \theta [e \times] + (1 - \cos \theta) ee^T \end{cases} \quad \text{رابطه (۴۱)}$$

ماتریس به ازای $\theta=0$ ماکزیمم می‌شود که مقدار $W=I_3$ را می‌دهد، و بنابراین ماتریس وضعیت بهینه به صورت رابطه (۴۲) خواهد بود:

$$\hat{A} = U_+ V_+^T = \text{Udiag}([1 \ 1 \ \det U \ \det V]) V^T \quad \text{رابطه (۴۲)}$$

براساس معادله ۴۲ تابع هزینه بهینه شده معادل است با:

$$\begin{aligned} L(\hat{A}) &= \lambda_0 - \text{tr}(\hat{A} B^T) = \\ \lambda_0 - \text{tr} \Sigma' &= \lambda_0 - (s_1 + s_2 + s_3') \end{aligned} \quad \text{رابطه (۴۲)}$$

تابع هزینه در این مورد مقدار مینیمم منحصر به فرد ندارد، زیرا تحت چرخش با هر زاویه‌ای حول محور $e_1=[1 \ 0 \ 0]^T$ ثابت می‌ماند. در نهایت مقدار غیر یکتا همان است که در متد داوینپورت یافت شد وقتی که دو بزرگ‌ترین مقدار ویژه $K(B)$ متمایز نبودند. SVD هم ابزاری ظریف برای تجزیه و تحلیل نظری و هم روشی مناسب برای محاسبه ماتریس وضعیتی است که تابع هزینه و هبا را به حداقل می‌رساند (Markley 1998).

۴- نتایج

در این بخش، هدف پیاده‌سازی مراحل ذکر شده در قسمت‌های قبل بر روی یک تصویر اخذ شده توسط

می‌شوند. که این مسئله خود می‌تواند در دقت عمل تعیین وضعیت تأثیرگذار باشد.

در این تحقیق به منظور حذف نویز در تصویر نمونه از روش معادله نفوذ بهره‌گیری شده است. معادله نفوذ نوعی فیلتر است که به منظور کاهش نویزهای موجود در تصویر مطرح شده است. با این خصوصیت که بتواند نویزهای تصویر را بدون از بین رفتن جزئیات با ارزش در تفسیر تصویر مثل لبه‌ها و خطوط حذف کند یا تا حد ممکن کاهش دهد. نتیجه اعمال این روش به تصویر نمونه در نگاره ۱۲ ارائه شده است.

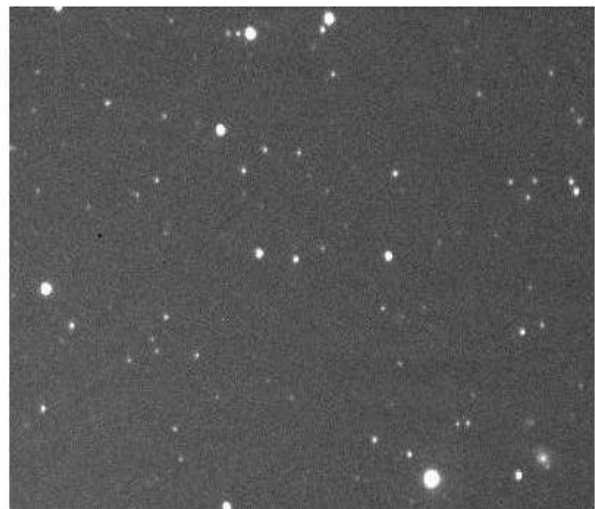


نگاره ۱۲: تصویر نویززدایی شده توسط روش معادله نفوذ

گام دوم: استخراج و مرکزابی ستارگان موجود در تصویر
در مرحله استخراج و مرکزابی ستارگان لازم است به تشخیص محل‌ها و مقیاس‌هایی که امکان تعیین تکرارپذیر آن‌ها در نمایش‌های مختلف یک شیء وجود داشته باشد، اقدام نمود.

با استفاده از جستجوی مشخصه‌هایی که در بین همه مقیاس‌های ممکن ثابت هستند و از طریق تابع پیوسته‌ای از پارامتر مقیاس که نمایانگر فضای مقیاس می‌باشد، می‌توان نقاطی که در مقابل تغییرات مقیاس تصویر دچار تغییر نمی‌شوند را یافت. این روش الگوریتم SIFT در مرکزابی

حسگر خواهیم داشت. تصویر نمونه مورد استفاده در این تحقیق که تصویر برداشت شده توسط ردیاب ستاره TZK2-D می‌باشد، در نگاره ۱۱ نشان داده شده است.



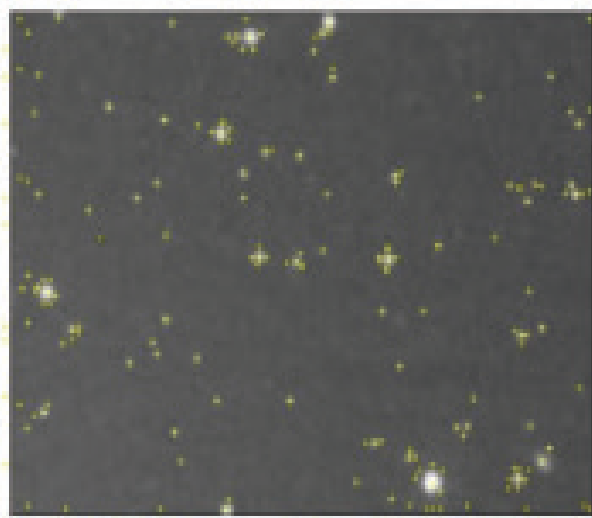
نگاره ۱۱: تصویر نمونه مورد بررسی در این تحقیق

پردازش مشاهدات و ارائه نتایج در چهار گام مورد بررسی قرار می‌گیرد.

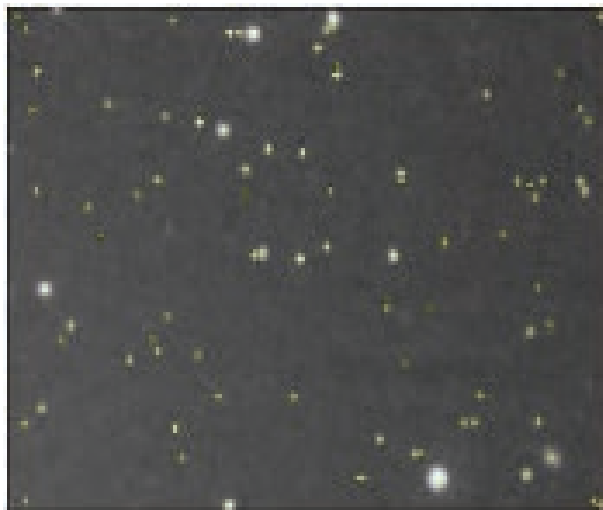
گام اول: حذف نویز تصویر نمونه

در این تحقیق از روش معادله نفوذ به منظور حذف نویز تصویر نمونه استفاده شده است. در انجام فرآیند حذف نویز می‌بایست دقت داشت تا نویزهای تصویر حذف شوند و یا تا حد ممکن کاهش یابند. همچنین دقت به این مسئله لازم است که نباید طی این فرآیند تصویر دچار مات‌شدگی شود و مکان لبه‌های تصویر نباید حذف شوند یا جابه‌جایی پیدا کنند.

به منظور حذف نویز تصاویر، روش‌های متنوعی پیشنهاد شده است که در این رابطه می‌توان از روش‌های فیلتر میانه، فیلتر گوسی و فیلتر میانگین نام برد. مشکلی که برای اعمال این فیلترها به منظور حذف نویز تصویر در حین عمل تعیین وضعیت وجود دارد این است که این فیلترها باعث ایجاد تغییر مکان در لبه‌های تصویر و نیز مات شدن تصویر



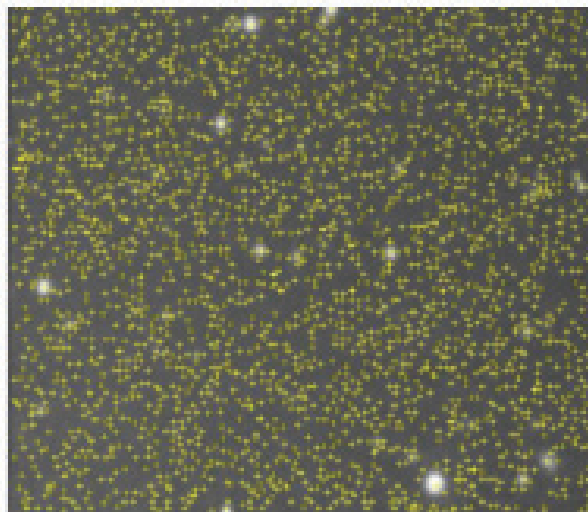
نگاره ۱۴: حذف نقاط با روشنایی کم



نگاره ۱۵: حذف نقاط لبه

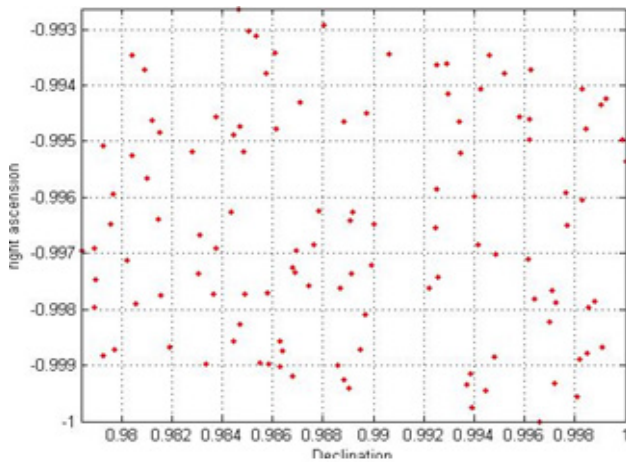
علاوه بر دقت بالا در استخراج ستارگان، یکی دیگر از خصوصیات کاربردی و مهم الگوریتم SIFT این است که می‌توان پارامترهای آن را به قدر ستارگان مرتبط نمود. به این صورت که با تنظیم و تعیین مقادیر مشخصی برای این پارامترها، نتیجه الگوریتم استخراج ستارگان با قدر مشخص می‌باشد. مرتبط کردن پارامترهای آن به قدر ستارگان می‌باشد. بدین معنی که با تنظیم این مقادیر می‌توان ستارگان با قدر مشخصی را از تصویر استخراج

ستاره می‌باشد. در نگاره ۱۳ نتیجه حاصل از اعمال مراحل مختلف الگوریتم SIFT بر روی تصویر نمونه این تحقیق ارائه شده است.



نگاره ۱۳: نقاط استخراج شده با توجه به اکسترم‌های فضای مقیاس

نگاره ۱۳ نقاطی از تصویر را نشان می‌دهد که با در نظر گرفتن اکسترم‌های مقیاس نتیجه شده‌اند. در این تصویر هنوز نقاطی وجود دارند که در مقابل نویزهای کم بی‌ثبات می‌باشند و همچنین نقاطی وجود دارند که در مرکز روشنایی به درستی و به خوبی متمرکز نشده‌اند. برای حذف این نقاط لازم است که نقاط استخراج شده به‌طور دقیق مکانیابی شوند. در ضمن این کار، ابتدا نقاط دارای روشنایی کم حذف می‌شوند و سپس نقاط بی‌ثبات نسبت به نویزهای اندک حذف خواهند شد. نتایج در دو نگاره ۱۴ و ۱۵ نشان داده شده است. پارامترهای مختلفی مانند تعیین تعداد اکتاوا، حد تشخیص نقاط ماکزیمم و ... بر روی نتیجه الگوریتم استخراج ستارگان SIFT می‌باشد. مقدار این پارامترهای مؤثر از طریق تجربی امکان‌پذیر خواهد بود. تعیین صحیح پارامترهای فوق موجب می‌شود که الگوریتم بتواند ستارگان با قدر مشخص را استخراج کرده و در تصویر مشخص نماید.



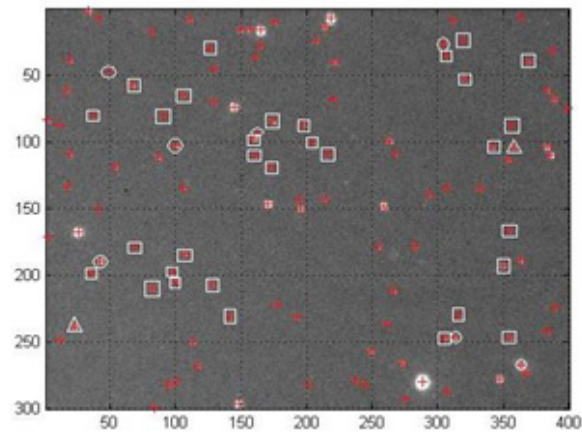
نگاره ۱۷: ستارگان استخراج شده در سیستم

مختصات سماوی

وضعیت می‌باشد با در دست داشتن مختصات پیکسلی و مختصات سماوی (لازم است این مختصات توسط روابط مرتبط با تبدیل مختصات سماوی به ژئودتیک به مؤلفه‌های X, Y, Z تبدیل شوند) ستارگان شناسایی شده در تصویر، وارد مرحله نهایی تعیین وضعیت خواهیم شد.

در این مرحله با ورود داده‌ها به الگوریتم‌های TRIAD, QUEST, Q-method, SVD, ESOQ به نتایج وضعیت به صورت کوآرترنیون‌ها، زوایای اوپلر و ماتریس وضعیت می‌باشند خواهیم رسید. الگوریتم‌های تعیین وضعیت فوق ابتدا بر روی داده‌های شبیه‌سازی شده اعمال و نتیجه بررسی خواهد شد و سپس از بین این الگوریتم‌ها دو الگوریتم به‌عنوان الگوریتم‌های برتر بر روی داده‌های اصلی ردیاب ستاره اعمال می‌شوند و نتایج گزارش خواهند شد.

در ابتدا زاویه دلخواهی به صورت [35 26 40] به عنوان زاویه دوران بین دو سیستم بدنی فضاییما و سیستم اینرشیال در نظر گرفته شد. سپس براساس این داده اولیه بردارهای مشاهداتی در سیستم بدنی و سیستم اینرشیال شبیه‌سازی و وارد الگوریتم تعیین وضعیت شدند. نتیجه اعمال الگوریتم TRIAD بر روی بردارهای شبیه‌سازی شده به صورت نگاره ۱۸ می‌باشد.



نگاره ۱۶: استخراج ستارگان از تصویر نمونه

نمود. به این ترتیب حجم محاسبات به میزان قابل توجهی نیز کاهش می‌یابد چرا که تعیین می‌شود ستارگان با چه میزان روشنایی استخراج شوند که این حالت در نگاره ۱۶ ارائه شده است.

گام سوم: شناسایی ستارگان موجود در تصویر

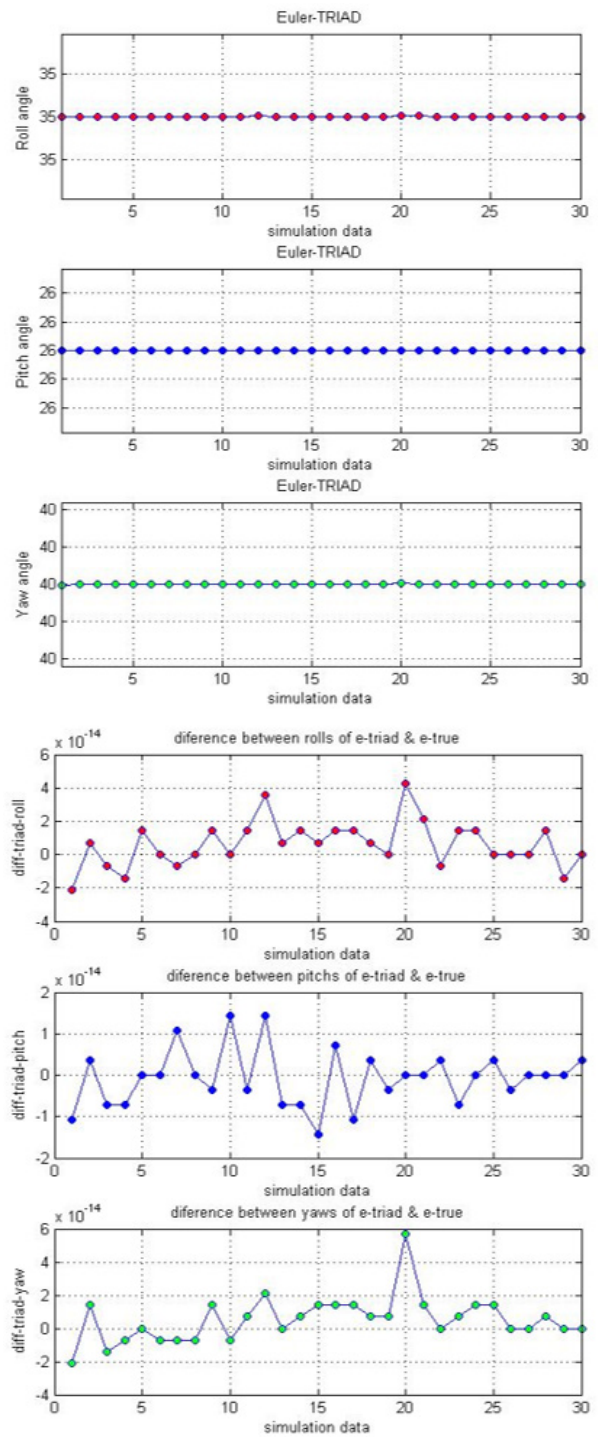
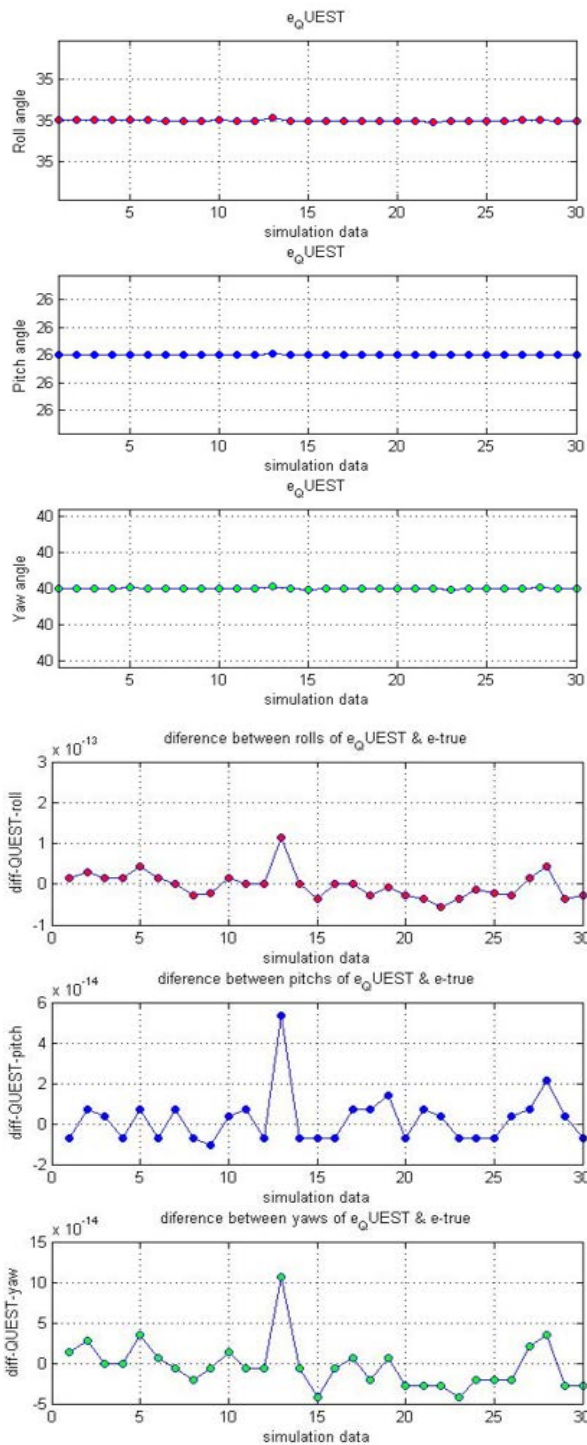
مرحله بعد از استخراج ستارگان، تناظرابی بین ستارگان تصویر و ستارگان کاتالوگ و شناسایی ستارگان می‌باشد. لازم به ذکر است که با اخذ مختصات ژئودتیک ایستگاه عکسبرداری که توسط GPS ثبت شده است و همچنین میدان دید دوربین، می‌توان قسمت مناظر آسمان را در اپک مشاهداتی که در تصویر ثبت گردیده است از کاتالوگ استخراج نمود.

نگاره ۱۷ ستارگان استخراج شده در سیستم مختصات سماوی را نشان می‌دهد. نتیجه این مرحله دستیابی به مختصات پیکسلی ستاره‌ها و نیز مختصات مرجع اینرشیال آن‌ها می‌باشد.

گام چهارم: پیاده‌سازی الگوریتم‌های تعیین وضعیت و نتایج به دست آمده

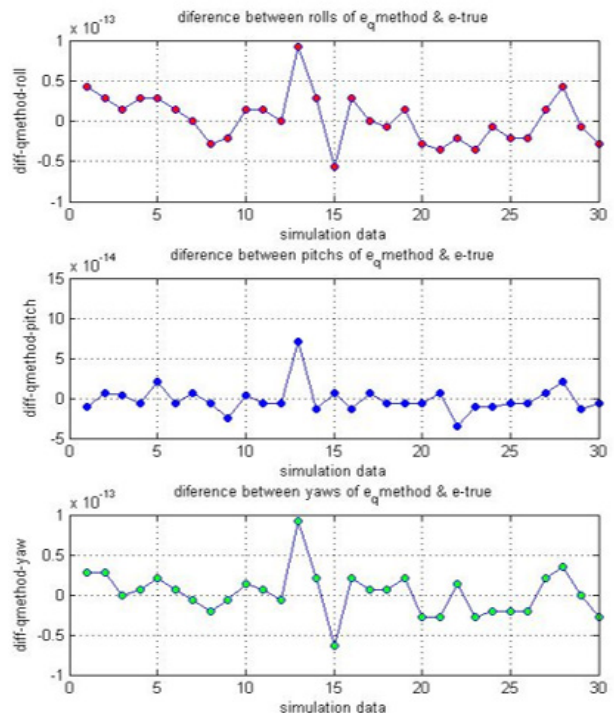
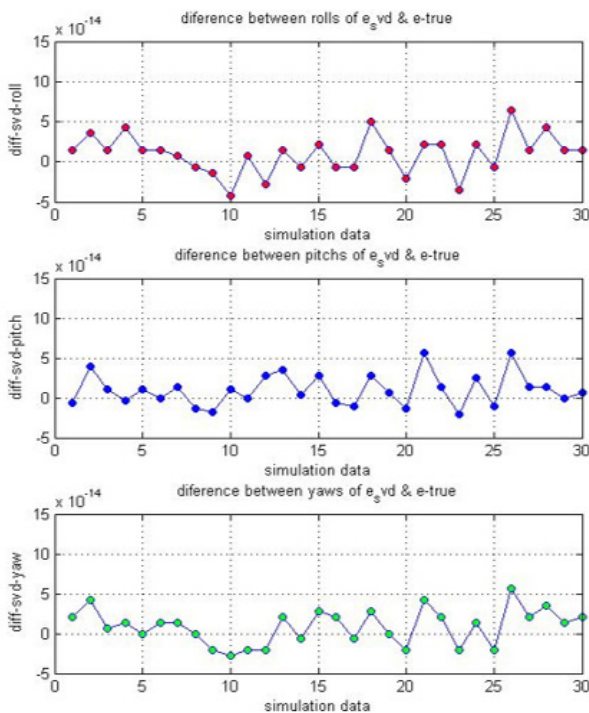
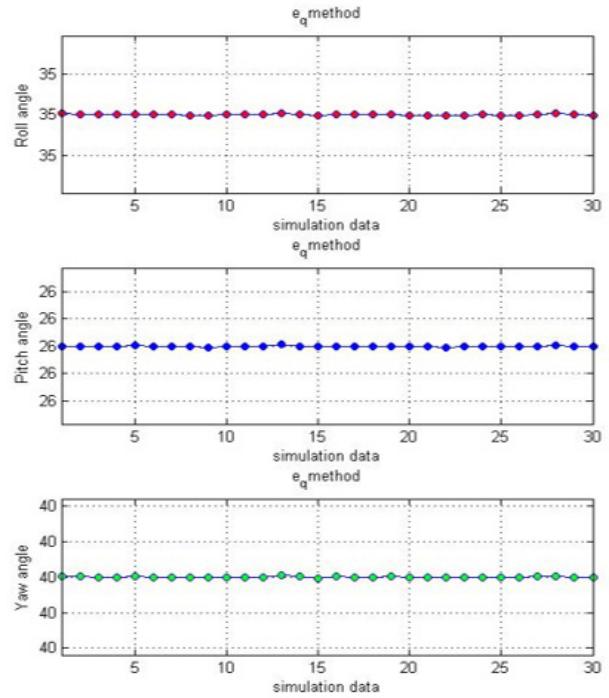
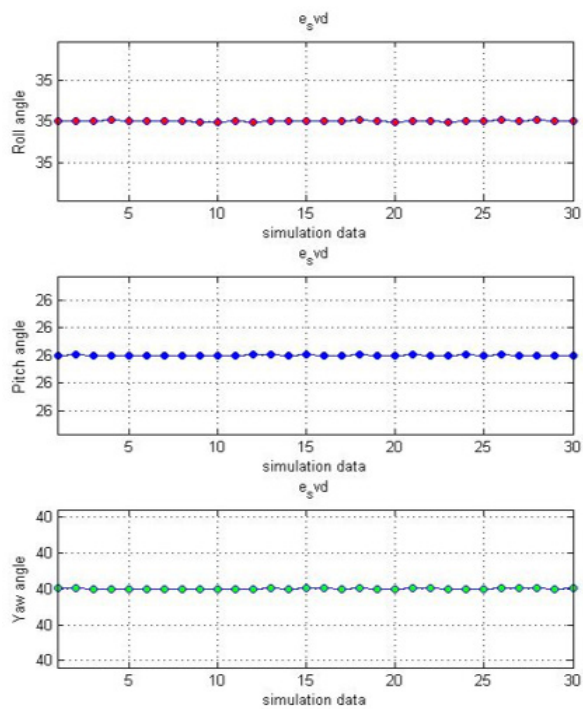
در این بخش که از مراحل نهایی و بسیار مهم تعیین

فصلنامه علمی - پژوهشی اطلاعات جغرافیایی ()
 ارزیابی روش‌های تعیین وضعیت ماهواره‌ها با استفاده از ... / ۱۱۵



نگاره ۱۹: نتایج وضعیت (زوایای رول، پیچ و یاو) حاصل از الگوریتم تعیین وضعیت QUEST
 نتیجه اعمال الگوریتم Q-method بر روی بردارهای شبیه‌سازی شده به صورت نگاره ۲۰ می‌باشد.

نگاره ۱۸: نتایج وضعیت (زوایای رول، پیچ و یاو) حاصل از الگوریتم تعیین وضعیت TRIAD
 نتیجه اعمال الگوریتم QUEST بر روی بردارهای شبیه‌سازی شده به صورت نگاره ۱۹ می‌باشد.



نگاره ۲۱: نتایج وضعیت (زوایای رول، پیچ و یاو)

حاصل از الگوریتم تعیین وضعیت SVD

نتیجه اعمال الگوریتم ESOQ بر روی بردارهای شبیه‌سازی شده به صورت نگاره ۲۲ می‌باشد.

نگاره ۲۰: نتایج وضعیت (زوایای رول، پیچ و یاو)

حاصل از الگوریتم تعیین وضعیت Q-method

نتیجه اعمال الگوریتم SVD بر روی بردارهای شبیه‌سازی شده به صورت نگاره ۲۱ می‌باشد.

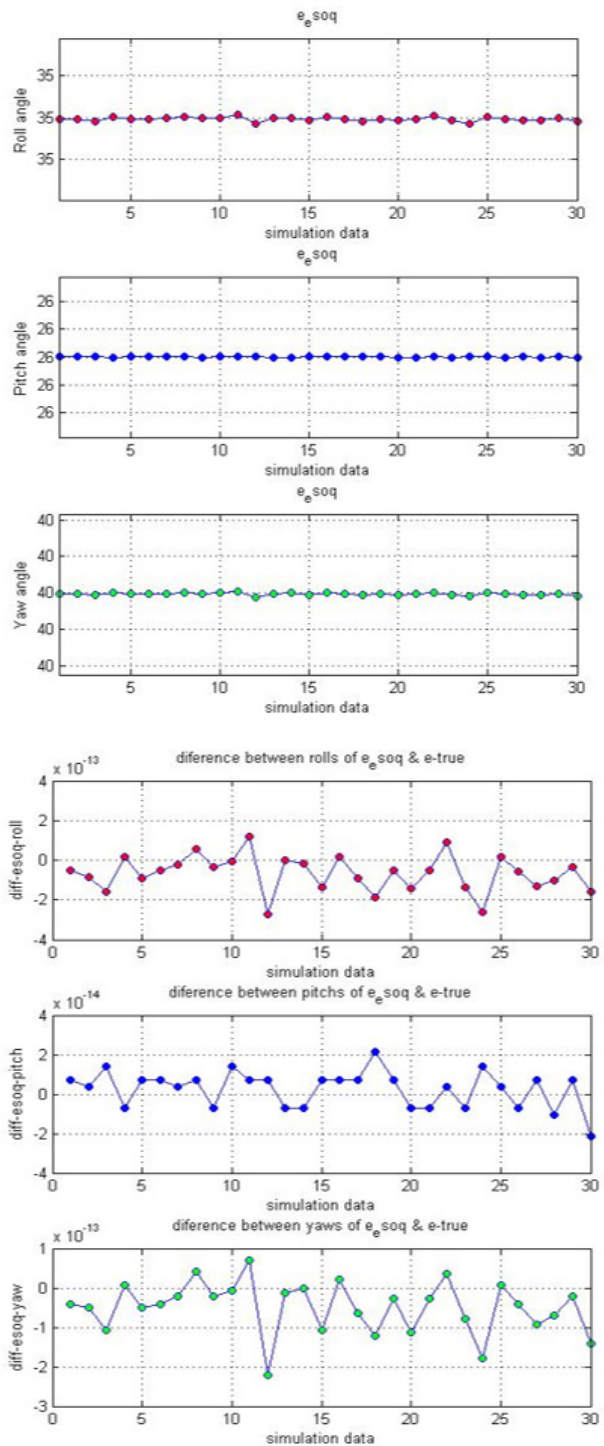
کمترین اختلاف را با مقادیر اصلی در نظر گرفته شده داشتند که این مقادیر در جدول ۲ ارائه شده است.

جدول ۲: نتایج مقدار دو الگوریتم با دقت بالاتر

Algorithm	RMSE from Roll angle	RMSE from Pitch angle	RMSE from Yaw angle
TRIAD	1.4e-14	6.7e-15	1.4e-14
QUEST	2.5e-14	9.4e-15	2.3e-14

۵- نتیجه‌گیری

نتایج حاصل از شبیه‌سازی داده‌های ورودی در تحقیق حاضر به شرح زیر می‌باشد:
 پس از شبیه‌سازی داده‌ها و اعمال مراحل مختلف تعیین وضعیت ذکر شده، نتیجه حاصله برای دو الگوریتم با دقت بالاتر به این صورت بود که نتایج وضعیت‌های حاصله از الگوریتم‌های TRIAD و QUEST با متد Shuster بالاترین دقت را در بین نتایج هشت الگوریتم دیگر کسب کردند. به این ترتیب الگوریتم‌های برتر منتج در این تحقیق دو الگوریتم TRIAD و QUEST با متد Shuster می‌باشند. به سبب هزینه روش کمترین مربعات، استفاده از الگوریتم‌های TRIAD و QUEST مفیدتر می‌باشد. الگوریتم‌های TRIAD و QUEST توانایی فراهم کردن تعیین وضعیت سه محوره، بدون محاسبات پرهزینه را دارند، که این مسئله آن‌ها را برای تعیین وضعیت on_board مناسب می‌سازد. با این حال برای مأموریت‌های مختلف، الگوریتم QUEST ممکن است نیاز نباشد، چرا که الگوریتم QUEST دو برابر هزینه محاسبات TRIAD را دارد. لازم به ذکر است که متذکر شویم الگوریتم TRIAD اگر دو بردار مشاهداتی موازی باشند پاسخی نخواهد داشت، در واقع از نظر ریاضیاتی پروسه در هم می‌شکند، زیرا عمل ضرب خارجی بین دو بردار موازی، نتیجه صفر در پی خواهد داشت. یک عیب روش TRIAD زمانی رخ می‌دهد که بردار ستاره اندازه‌گیری شده



نگاره ۲۲: نتایج وضعیت (زوایای رول، پیچ و یاو) حاصل از الگوریتم تعیین وضعیت ESOQ
 نتایج نهایی تعیین وضعیت این تحقیق به این شرح است که الگوریتم‌های TRIAD و QUEST_Shuster به ترتیب

از بیشتر از دو ستاره جبران شوند. روش‌هایی مانند الگوریتم QUEST همانطور که قبلاً عنوان شد معمولاً عمل بهینه‌سازی یک تابع خطا را به حداقل بهینه انجام می‌دهند. در واقع الگوریتم QUEST مقدار ویژه و بردار ویژه بهینه برای مسئله‌ای که در روش Q_method عنوان شد را بدون نیاز به محاسبات عددی پیچیده برآورد می‌کند. این واقعیت که الگوریتم QUEST «تمام مزایای محاسباتی یک الگوریتم قطعی سریع را ضمن حفظ بازدهی نتیجه مطلوب، حفظ می‌کند» تأکید دارد که چرا به‌طور معمول از آن استفاده می‌شود.

۶- منابع و مأخذ

- 1- Alfriend, K., Vadali, S. R., Gurfil, P., How, J., & Breger, L. (2009). *Spacecraft formation flying: Dynamics, control and navigation* (Vol. 2). Elsevier.
- 2- Bhanderi, D. D. (2005). *Spacecraft Attitude Determination with Earth Albedo Corrected Sun Sensor Measurements*. Department of Control Engineering, Aalborg University.
- 3- Cheng, Y., & Shuster, M. D. (2008). An improvement to the QUEST algorithm. *Journal of the Astronautical Sciences*, (1294).
- 4- Hirt, C., & Burki, B. (2006). *Status of Geodetic Astronomy at the Beginning of the 21st Century*.
- 5- Hirt, C., & Flury, J. (2008). *Astronomical-topographic levelling using high-precision astrogeodetic vertical deflections and digital terrain model data*. *Journal of Geodesy*, 82(4-5), 231-248.
- 6- Hooijberg, M. (2008). *Geometrical geodesy*. Springer, Berlin.
- 7- Janiczek, P. M. (1996). *STELLA: Toward Automated Celestial Navigation*,". *Surface Warfare*, 21(2), 34-37.
- 8- Larson, W. J., & Wertz, J. R. (1992). *Space mission analysis and design* (No. DOE/NE/32145-T1). Torrance, CA (United States); Microcosm, Inc.
- 9- Markley, F. L., & Crassidis, J. L. (2014). *Fundamentals of spacecraft attitude determination and control* (Vol. 33, pp. 237-239). New York: Springer.
- 10- Markley, F. L., & Mortari, D. (2000). *Quaternion*

اشتباه باشد، که در این صورت وضعیت نتیجه شده صحیح نخواهد بود. دو بردار یکه منحصر به فرد که موازی نیستند چهار بخش اطلاعات منحصر به فرد را فراهم می‌کنند و می‌توانند جهت‌یابی در فضای سه بعدی را بدون فیلتر کردن در طول زمان تعریف کنند.

تعیین وضعیت با استفاده از دو بردار مشاهداتی جواب و راه‌حلی را فراهم می‌کند که در نیازهای محاسباتی و پیچیدگی سخت‌افزاری متعادل خواهد بود. بسیاری از سیستم‌های تعیین وضعیت نیاز به یک سنسور پیچیده و یا یک مشاهده ساده با الگوریتم‌های پیچیده دارند.

دو بردار یکه مشاهداتی می‌توانند به آسانی در ماهواره به دست آیند. با overdetermine شدن مسئله، نیازهای محاسباتی به شدت کاهش می‌یابند. از آن جایی که این مسئله overdetermine است، مشکل اصلی یافتن وضعیت فضاپیما از دو بردار مشاهداتی، در نهایت مسئله‌ی چگونگی ترکیب اطلاعات موجود است. که شویستر برای این حل مسئله، بردارهای یکه مرجع اینرشیال و بردارهای یکه مشاهداتی را در نظر گرفت.

سه محدودیت «عدم مطلوبیت»، «استفاده از ماتریس چرخش» و «محدودیت دو بردار» تحقیقات در کارهای جاری را به روش‌های بهینه سوق می‌دهد. با این حال پیچیدگی‌ها افزایش یافته و بار محاسباتی با روش‌های بهینه متنوع وجود دارد. همچنین روش‌های بهینه متکی به برآوردهای واریانس بردارهای مشاهداتی می‌باشند و این مقادیر در پیاده‌سازی اولیه به دقت معلوم نخواهد بود. به این دلیل در برخی کارهای تحقیقاتی از روش TRIAD استفاده می‌شود.

از آن جایی که الگوریتم‌های شناسایی ستارگان می‌توانند بیشتر از دو ستاره را فراهم نمایند، چراکه میدان دید (FOV) ردیاب ستاره اغلب شامل ۲۰ یا تعداد بیشتر ستاره که از طریق الگوریتم‌های تشخیص، شناسایی می‌شوند خواهند بود، آن دسته از بردارهای ستاره که دارای اشتباه اندازه‌گیری هستند می‌توانند به توسط استفاده

- attitude estimation using vector observations. *Journal of the Astronautical Sciences*, 48(2), 359-380.
- 11- Markley, F. L., & Mortari, D. (1999). How to estimate attitude from vector observations.
- 12- Markley, L. (1999, May). Attitude determination using two vector measurements. In NASA Conference Publication (pp. 39-52). NASA.
- 13- Markley, F. L. (1988). Attitude determination using vector observations and the singular value decomposition. *Journal of the Astronautical Sciences*, 36(3), 245-258.
- 14- Sharifi, M.A., Samadzadegan.F., Farzaneh, S. (2008). a Adaptive Method for Extracting Stars from Astronomical Digital Images “, Published, *Journal of Space Science and Technology*, Aerospace Research Institute, Volume 2, Number 4
- 15- Shterev, N. (2015). Design and testing of the star trackers for the SEAM nanosatellite.
- 16- Shuster, M. D., & Oh, S. D. (1981). Three-axis attitude determination from vector observations. *Journal of guidance and Control*, 4(1), 70-77.
- 17- Sidi, M. J. (1997). *Spacecraft dynamics and control: a practical engineering approach* (Vol. 7). Cambridge university press..
- 18- Thomas, P. C., Prathap, G., Rao, V. K., & Jain, Y. K. (1994, July). Star tracker for remote sensing satellites. In *Acquisition, Tracking, and Pointing VIII* (Vol. 2221, pp. 169-178). International Society for Optics and Photonics.
- 19- Umland, H. (2015). A short guide to celestial navigation.

