



اندازه‌گیری فاصله زمین تا ماه با استفاده از مثلثات ناقلیدوسی

غلامحسین رستگارنسب

مریی نجوم پژوهش سرای محمدین زکریای رازی

دکتر زهرا ارزجانی

استادیار دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران مرکز

منصوره بنا زاده

مریی آسمان‌نما

سارا باقری

عضو گروه نجوم پژوهش سرای محمدین زکریای رازی

چکیده

آن به تحقیق و بررسی بپردازد. ستاره شناسان همواره و در طی اعصار، علاقه وافری به اندازه‌گیری فاصله اجرام آسمانی تا زمین داشته‌اند. از آنجائی که جلوه‌گرترین این اجرام برای زمینی‌ها کره ماه بوده است، ضمن به دست آوردن موضع ماه [۲] روش‌های متعددی برای محاسبه این فاصله تا زمین مورد استفاده قرار گرفته است که اجمالاً عبارتند از:

به مناسبت روز جهانی نجوم و نیز هشتمین همایش دانش‌آموزی نجوم، پژوهش سرای دانش‌آموزی محمدین زکریای رازی، آموزش و پرورش ناحیه شهر ری، در اول می ۲۰۰۶ مصادف با ۱۱ اردیبهشت ۱۳۸۵ اقدام به برگزاری پروژه‌ای بین‌المللی تحت عنوان «اندازه‌گیری فاصله زمین تا ماه با استفاده از مثلثات غیر اقلیدوسی» با همکاری کشورهای امریکا، هند، ایتالیا و تایلند نمود. جمع کثیری از دانش‌آموزان کشورهای شرکت کننده با راهنمایی متخصصین علم نجوم، در این پروژه شرکت کردند. همچنین در داخل کشور، گروه‌ها و انجمن‌های نجومی مختلف همکاری داشتند. هدف از این پروژه، آموزش عملی نجوم و ریاضی در سطح بین‌المللی بود تا دانش‌آموزان بتوانند به اعداد و ارقامی که مدت‌ها پیش از این در مورد آنها در کتب و مراکز علمی بحث شده بود قطعیت بخشند. در این اندازه‌گیری‌ها، دانش‌آموزان گروه نجوم پژوهش سرای ری، هم زمان با دیگر گروه‌ها به اندازه‌گیری زاویه سمت و ارتفاع ماه در منطقه پیکارد بر روی سطح ماه پرداختند. نتایج این اندازه‌گیری‌ها به همراه سایر آزمایش‌های دیگر گروه‌های داخلی و خارجی، انطباق خوبی با مقادیر استاندارد از قبل اندازه‌گیری شده داشت.

واژه‌های کلیدی: زمین- ماه- سمت - فاصله - ارتفاع - نصف النهار سماوی محلی

مقدمه

میلیاردها سال است که ماه به دور زمین می‌چرخد، هزاران سال است که انسان آن را نظاره نموده و به عنوان نشانی از آیات خداوند به آن احترام گذارده است. او همواره در این رویا بوده که روزی بتواند به این جهان همسایه سفر کند. ماه با پدیده‌های نوری منظم و از روی قاعده‌ای که مرتب تکرار می‌شود از قبیل هلال و بدر، پدران و اجداد ما یاری نموده تا بتوانند نخستین تقویم‌های قابل استفاده را به وجود آورند [۱]. ماه به خاطر نزدیک بودن به زمین، اولین جرم آسمانی بود که انسان توانست در مورد فاصله، اندازه‌ها و ابعاد و مناظر

الف: اختلاف منظر به وسیله رصد

در این روش، دو رصدخانه بر روی یک نصف‌النهار، یکی با عرض جغرافیایی زیاد و دیگری با عرض جغرافیایی جنوبی زیاد قرار دارند. فرض می‌کنیم که فواصل سمت‌الرأسی دایره نصف‌النهار ماه در یک روز با تلسکوپ‌های دایره نصف‌النهاری اندازه‌گیری شود. در این روش پس از محاسبات معادلات مربوطه، فاصله زمین تا ماه به دست می‌آید [۳].

ب: اختلاف منظر افقی

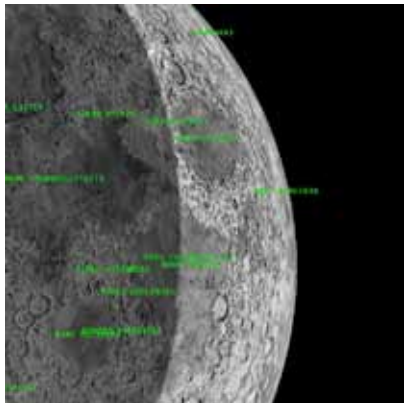
در این روش، فاصله زمین تا ماه را می‌توان از اختلاف منظر افقی و قطر زاویه‌ای با استفاده از معادلات مربوطه محاسبه کرد. [۴]

ج: اختلاف منظر (عکسبرداری)

در این روش، در ساعت مشخص از یک شب خاص، در قسمت‌های مختلفی از زمین، چندین گروه از ماه و چند ستاره‌ی مشخص شده عکسبرداری می‌کنند. چون عکسبرداری از مکان‌های مختلف ولی همزمان انجام می‌شود، وقتی عکس‌ها در کنار یکدیگر قرارگیرد فاصله ستاره‌های مشخص شده، با ماه یکسان نخواهد بود. لذا از طریق اندازه‌گیری اختلاف منظر (پارالاکس) و معادلات مربوطه فاصله زمین تا ماه به دست می‌آید [۵].

د: استفاده از رادار

در این روش از دیش یک رادار تپ‌هایی را به سمت ماه می‌فرستند. پس



نگاره ۱: نقطه پیکارد بر روی سطح ماه (ناحیه اندازه گیری سمت و ارتفاع برای کلیه کشورها)

توضیح در مورد تفاوت مثلثات اقلیدسی با مثلثات غیر اقلیدسی: در مثلث اقلیدوسی، مجموع زوایای داخلی هر مثلث برابر با ۱۸۰ درجه است. یک مثلث ایستاده را در نظر گرفته و اگر دو راصد در دو گوشه‌ی مثلث مستقر باشند و زاویه‌ی سطح قاعده با جرمی مانند ماه را که در رأس این مثلث قرار دارد، اندازه‌گیری نمایند، آنگاه از جمع دو زاویه و کسر آن از ۱۸۰ زاویه‌ی رأس حاصل می‌شود.



نگاره ۲: دانش‌آموزان شهر ری در حال اندازه‌گیری فاصله زمین تا ماه با استفاده از دوربین دو چشمی

حال با استفاده از معادلات ساده مثلثاتی و تانژانت، ارتفاع رأس مثلث تا سطح قاعده که همان ارتفاع ماه تا سطح زمین است محاسبه می‌شود. سطح قاعده در مثلث اقلیدوسی تخت می‌باشد در حالی که در فاصله‌های زیاد، کروی بودن سطح زمین در سطح قاعده مثلث اثرگذار است و اندازه‌گیری را با دقتی بسیار کم امکان‌پذیر می‌سازد.

بنابراین استفاده از این روش مقدور نیست. با استفاده از مثلث غیر اقلیدوسی، زوایای داخلی در مثلثات کروی (غیر اقلیدوسی) بیشتر از ۱۸۰ درجه است. اگر از نقطه قطب شمال خطی را بر روی نصف النهار صفر درجه، عمود به استوا رسم کنیم تا استوا را قطع نماید، زاویه بین خط و استوا ۹۰ درجه می‌باشد. اگر از قطب شمال بر روی نصف النهار ۶۰ درجه نیز خطی را به استوا رسم کنیم تا استوا را قطع نماید، زاویه خط با استوا نیز ۹۰ درجه خواهد بود. در مجموع زوایای داخلی، مثلث $۶۰+۹۰+۹۰=۲۴۰$ درجه خواهد بود.

از برخورد و برگشت آنها به سمت زمین، تپ‌ها توسط همان دیش دریافت و ثبت می‌شود. با توجه به زمان رفت و برگشت تپ‌ها و سرعت تپ، فاصله زمین تا ماه محاسبه می‌شود [۶].

ذ: بازتاب باریکه لیزر از سطح ماه

در این روش، با ارسال یک باریکه (نور) لیزر به ماه و ثبت زمان رفت و برگشت، با استفاده از معادلات مربوطه، فاصله زمین تا ماه محاسبه می‌شود [۷].

ر: اختفا

در این روش، با محاسبات قبلی، شبی را در نظر می‌گیرند که یک ستاره مشخص توسط حرکت ماه در آسمان پوشیده می‌شود. آنگاه گروه‌هایی در مکان‌های مختلفی از زمین، زمان اختفا را ثبت می‌نمایند. در این روش از طریق اختلاف زمان‌های ثبت شده و معادلات مربوطه، فاصله زمین تا ماه به دست می‌آید [۸].

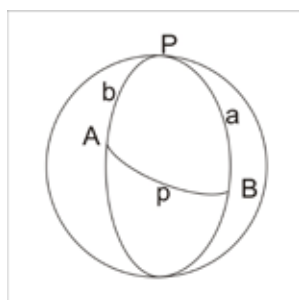
- روش انجام کار

ایده اولیه این پروژه در پنجمین کنفرانس اختر فیزیک در دانشگاه سیجیونگ شهر سنول کشور کره جنوبی ارائه شد. مدیر پژوهش‌سرای رازی این آزمایش را پیشنهاد داد و خود مدیریت علمی و انجام این طرح را بر عهده گرفت. ایده در کار گروه مشترک دانش‌آموزان فیزیک و نجوم مورد بررسی قرار گرفت و پس از چهار ماه روش‌های اندازه‌گیری به زبان ریاضی نوشته شده و ابتدا برای دانشگاه‌های داخلی و سپس برای گروه‌های نجومی خارج از کشور ارسال شد. ابزار مورد استفاده در این آزمایش عبارتند از: زاویه یاب ساخت دانش‌آموزان، تلسکوپ، دوربین تئودولیت و دوربین دوچشمی بود. جهت انجام پروژه ابتدا موقعیت جغرافیایی کشورهای شرکت کننده مورد بررسی قرار گرفت. اگر کشورها با فاصله کمی تقریباً هم عرض جغرافیایی بودند، معادلات قبل با کمی تغییرات قابل استفاده بود (معادلات قبل مربوط هستند به نقاط رصدی که دقیقاً هم عرض بوده و بر روی یک نصف‌النهار واقع می‌باشند). اما وقتی مکان‌های رصدی برای اجرای پروژه بررسی شد، مشخص شد که این نقاط با فاصله کمی تقریباً در یک طول جغرافیایی قرار دارند و به جای شمال - جنوب تقریباً در جهت شرق و غرب هستند. مثلاً تایلند در شرقی‌ترین منطقه نسبت به ایران و آمریکا در غربی‌ترین نقطه نسبت به ایران، و دیگر کشورها مانند هند و ایتالیا بین این مناطق قرار گرفته‌اند. بنابر این نیاز بود از فرمول‌هایی با توجه به موقعیت جدید استفاده شود. روش اجرای پروژه بدین شکل طراحی شد که هر کدام از گروه‌ها از سه ماه قبل و از شب دوم تا پنجم ماه، به رصد ماه پرداختند تا مهارت لازم جهت رصد نقطه پیکارد در سطح ماه هنگام کار با وسایل و اندازه‌گیری را کسب نمایند. بعضی از کشورها مانند آمریکا و تایلند از روز قبل به اردو یا رصد خانه بیرون شهر رفته بودند تا اثر آلودگی هوا را در هنگام اجرای پروژه به حد اقل برسانند. در کشورمان نیز تقریباً یک ماه قبل کارهای هماهنگی و رصد آزمایشی شروع شده بود. دانش‌آموزان بارها وسایل خود را بازمینی نموده و با آنها به رصد پرداخته بودند. در روز اجرای پروژه رصد از ساعت ۱۰ صبح آغاز گشت.



گام دوم:

- زاویه P یا $APB <$ برابر است با تفاضل طول جغرافیایی دو نقطه $(I_1 - I_2)$ طول جغرافیایی رصدگر شرقی تر I_1 فرض شده است
 - فاصله y میان دو رصدگر (بر روی کره زمین) یا همان کمان p از طریق رابطه‌ی زیر محاسبه می‌شود:
- $$\cosine p = \cosine a \quad (\text{رابطه اولر برای مثلث های کروی})$$
- $$\cosine b + \sin a \sin b \cosine P$$



P = قطب شمال
 R = شعاع زمین
 A = مکان رصدگر نخست
 B = مکان رصدگر دوم

a = فاصله‌ی قطبی رصدگر دوم $= 90^\circ - \lambda_2$
 B = فاصله‌ی قطبی رصدگر نخست $= 90^\circ - \lambda_1$
 I = عرض جغرافیایی (رصدگر اول)
 اگر مقدار کمان P مشخص شود
 می‌توان فاصله‌ی خطی میان دو نقطه را محاسبه کرد:

$$AB = 2r \sin(p/2)$$

زاویه‌ی PAB (or A) and PBA (or B)

از طریق رابطه‌ی زیر به دست می‌آید:

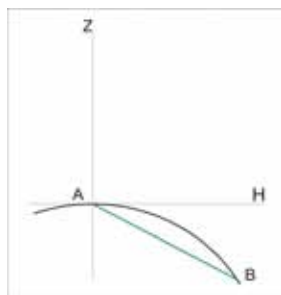
$$\sin A / \sin a = \sin B / \sin b = \sin P / \sin p$$

همچنین می‌توان نوشت:

$$\sin PAB = (\sin a \sin P) / \sin p$$

$$\sin PBA = (\sin b \sin P) / \sin p$$

گام سوم: بنا کردن مثلث با استفاده از اطلاعات جغرافیایی



• محاسبه‌ی سمت رصدگر A از B و بر عکس:

$$aB = A = 180^\circ - PAB$$

$$aA = B = 180^\circ - PBA$$

• فاصله‌ی سمت الرأسی B از دید رصدگر نخست (A)

$$ZAB = zB = 90^\circ + p/2$$

$$HAB = (\text{arc } AB) / 2 = p/2$$

• فاصله‌ی سمت الرأسی A از دید رصدگر نخست (B)

$$ZBA = zA = 90^\circ + p/2$$



نگاره ۳: دانش‌آموزان شهر ری در حال اندازه‌گیری زاویه ماه با استفاده از تئودولیت



نگاره ۴: دانش‌آموزان کشور هند در حال اندازه‌گیری زاویه ماه با استفاده از ابزار دست‌ساز

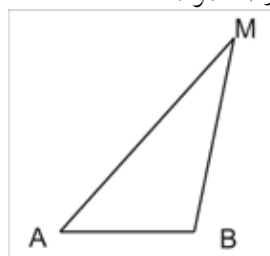
- بحث

اندازه‌گیری فاصله‌ی میان زمین تا ماه به روش مثلث‌بندی به همراه بررسی نتایج انجام گرفت.

گام اول:

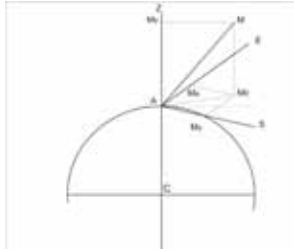
اگر مقدار فاصله $MAB <$ و $MBA <$ معین باشد می‌توان طول AM و BM را از طریق حل مثلث بدست آورد. برای محاسبه بین زمین و ماه، نیاز به ۳ داده وجود دارد:

- فاصله بین دو رصد متفاوت A و B
- اندازه‌گیری از دو زاویه تشکیل شده توسط جهات ماه، به عنوانی که آن از منطقه رصد به نظر برسد، و خطی به آن مکان وصل می‌شود (زاویه MBA و MAB)
- با این امکان می‌توان تمام داده‌های دیگر از مثلث را تعیین و به ویژه فاصله بین ماه و هر منطقه را رصد نمود.





گام پنجم: محاسبه‌ی فاصله‌ی میان مراکز زمین و ماه



$$\begin{aligned} \text{MAM0} &= \text{ارتفاع ماه خوانده شده در A} \\ \text{AM sin (MAM0)} &= \text{AMz} \\ \text{AM cosine (MAM0)} &= \text{AM0} \\ \text{M0AS} &= \text{سمت ماه خوانده شده در A} \\ \text{AM0 cosine (M0AS)} &= \text{AMS} \\ 90^\circ - \text{M0AS} &= \text{MOME} \\ \text{AM0 sin (M0AS)} &= \text{AME} \\ -r &= \text{AC} \end{aligned}$$

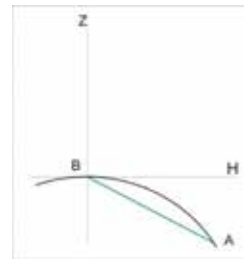
$$\text{CM} = \sqrt{[(\text{AMz} - \text{AC})^2 + (\text{AMS})^2 + (\text{AME})^2]}$$

- نتیجه‌گیری

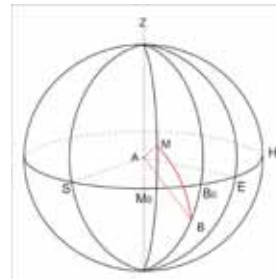
بر اساس مجموعه اندازه‌گیری‌های انجام شده توسط گروه‌های داخلی و کشورهای دیگر و دریافت کلیه اطلاعات و انجام محاسبه‌ها از طریق برنامه‌های کامپیوتری که ویژه این آزمایش نوشته شد، میانگین اندازه‌گیری همه‌ی گروه‌های رصدی، فاصله زمین تا ماه ۳۸۷۸۴۰ کیلومتر محاسبه شد. فاصله متوسط زمین از ماه با توجه به فاصله در اوج و فاصله در حضیض ۳۸۴۰۰۰ کیلومتر می‌باشد. با توجه به اینکه هنگام اندازه‌گیری، ماه در حضیض قرار داشته و ۳ روز از زمان مقارنه گذشته بود میزان خطا در اندازه‌گیری فاصله متوسط طبق محاسبات ۰/۱٪ می‌باشد.

- منابع و مأخذ

- [۱]. عدالتی، محمدتقی. فرخی، حسن. (۱۳۸۰) جغرافیای ریاضی، انتشارات آستان قدس رضوی.
- [۲]. محمدزاده‌جسور، داود. (۱۳۷۵) ترجمه، نجوم کروی، مرکز نشر دانشگاهی، تهران.
- [۳]. فیروزآبادی، محمود. (۱۳۶۸) ترجمه، فرمولهای ستاره‌شناسی برای محاسبه‌ها، [۴]. عدالتی، محمدتقی. (۱۳۷۱) شادمهری، محسن. ترجمه، ستاره‌شناسی با کامپیترهای شخصی، انتشارات آستان قدس رضوی.
- [۵]. زمردیان، حسین. حاجبی، بهروز. (۱۳۶۷) ترجمه، مبانی نجوم، انتشارات دانشگاه تهران.
- [۶]. قنبری، جمشید. (۱۳۸۷) ترجمه، نجوم و اختر فیزیک مقدماتی (جلد اول)، انتشارات آستان قدس رضوی.
- [۷]. خواجه‌نصیر طوسی، احمد. (۱۳۸۲) ترجمه، نجوم و اختر فیزیک مقدماتی، مرکز نشر دانشگاهی.
- [8] Moeschl, Richard, Exploring The Sky. Chicago, Review, Press, (1993)



گام چهارم: محاسبه‌ی فاصله ماه تا هر یک از رصدگران



$$\text{Z} = \text{سمت الرأس A}$$

$$\text{SBO} = \text{aB}$$

aM = SMO = زاویه‌ی سمت ماه، خوانده شده به وسیله رصدگر نخست

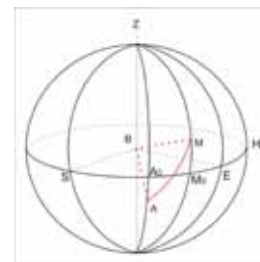
تفاضل زاویه‌های سمت = MOZB0

MM0 = ارتفاع ماه خوانده شده در A

ZAM = فاصله‌ی سمت الرأسی ماه = 90° - MM0

ZAB = فاصله سمت الرأسی A

$$\text{cosine MAB} = \text{cosine ZAM cosine ZAB} + \text{sin ZAM sin ZAB cosine MZB}$$



$$\text{aA} = \text{SAO}$$

aM = SMO = زاویه‌ی سمت ماه، خوانده شده به وسیله رصدگر دوم

M0ZA0 = تفاضل زاویه‌های سمت

MM0 = ارتفاع ماه خوانده شده در B

ZBM = فاصله‌ی سمت الرأسی ماه = 90° - MM0

ZBA = فاصله سمت الرأسی B

$$\text{cosine MBA} = \text{cosine ZBM cosine ZBA} + \text{sin ZBM sin ZBA cosine MZA}$$

محاسبه‌ی فاصله‌ی ماه تا هر یک از رصدگران

$$\text{AMB} = 180^\circ - (\text{MAB} + \text{MBA})$$

$$\text{AB} / \text{sin AMB} = \text{AM} / \text{sin MBA} = \text{BM} / \text{sin MAB}$$