



# روش پیش‌بینی بارندگی با استفاده از مدل

## سریهای زمانی باکس - جنکینز

### (مطالعه موردی ایستگاه قائمشهر)

نبی‌اله رضانی

کارشناس ارشد دانشگاه تربیت معلم تهران

#### چکیده

مدل‌های پیش‌بینی باکس - جنکینز یکی از معروف‌ترین مدل‌های سریهای زمانی است که در پیش‌بینی پدیده‌های مختلف جغرافیایی اهمیت بسزایی دارد. در روش شناسی باکس - جنکینز مدل‌های سری زمانی در واقع مدل‌های تلفیقی اتورگرسیون میانگین متحرک می‌باشند که در آمار به مدل‌های ARIMA<sup>(1)</sup> معروف هستند. از مدل‌های ARIMA می‌توان مدل‌های متعددی چون مدل رگرسیون ساده و چندمتغیره، اتورگرسیون، میانگین متحرک، مدل‌های فصلی و حتی مدل‌های ناشناخته دیگر استخراج کرد. در این تحقیق ضمن بیان روش پیش‌بینی بارش از طریق مدل سری زمانی باکس - جنکینز، به طور عملی و با بارش دادن این مدل بر روی داده‌های بارش ماهانه ایستگاه سینوپتیک قائمشهر که از آمار ۵۰ساله برخوردار است، بهترین مدل برای پیش‌بینی بارش در این ایستگاه که از نوع مدل SARIMA(1.0.1)(0.1.1) بود، انتخاب شد.

**واژه‌های کلیدی:** سری زمانی، مدل‌های باکس - جنکینز، اتورگرسیون، همبستگی، خودهمبستگی جزئی - ARIMA - ایستگاه قائمشهر.

#### مقدمه

یکی از روش‌های بسیار مهم در پیش‌بینی پدیده‌های اقلیمی به ویژه تخمین میزان بارندگی، استفاده از مدل‌های مختلف سریهای زمانی می‌باشد. تحلیل سریهای زمانی به طور نظری و عملی از دهه ۱۹۷۰ به بعد جهت امور پیش‌بینی و کنترل، به سرعت توسعه یافته است. از جمله تحقیقاتی که در این زمینه انجام گرفته شامل: بررسی خشکسالی جنوب صحرا (Lamb, 1982)، تحلیل روند خشکسالی در مجارستان (Zenil et al, 1998)، بررسی تغییرات ویژگیهای بارندگی شمال نیجریه، (Aadover and Ming, 1998) بررسی الگوهای ماهانه خشکسالی و ترسالی در ایران، (خوش‌اخلاق، ۱۳۷۵) تحلیل و پیش‌بینی دما و بارندگی شهر تهران با استفاده از سری زمانی (جسمشیدی، ۱۳۶۸) و مدل خشکسالی در غرب کشور (مالکی، ۱۳۷۴) می‌باشد. سریهای زمانی در واقع گردآورده‌ای از مشاهدات در طول زمان می‌باشند. به بیان دقیق‌تر سری زمانی نمونه‌ای است که از یک فرایند تصادفی<sup>(2)</sup> مثل بارندگی در طول زمان جمع‌آوری شده است که این نمونه‌ها معمولاً در زمانهای با فاصله مساوی از یکدیگر انتخاب می‌شوند. (آمارپردازان، ۱۳۷۷) به طور معمول برای تحلیل یک سری زمانی، تغییراتی که نتیجه چهار مؤلفه اصلی

هستند در نظر گرفته می‌شوند که این اجزاء (مؤلفه‌ها)، شامل موارد ذیل می‌باشند (آذر و مؤمنی، ۱۳۷۹):

۱- روند: (3) روند عبارت است از تغییرات دراز مدت در میانگین سری زمانی. به عبارت دیگر سیر طبیعی سری زمانی را در دراز مدت، روند گویند که معمولاً حالت صعودی یا نزولی دارد.

۲- تغییرات فصلی: (4) تغییرات فصلی تغییراتی می‌باشند که در دوره‌های تناوبی کوتاه مدت پیش می‌آیند. این تغییرات مربوط به عواملی هستند که به طور منظم و چرخه‌ای، روی یک دوره کمتر از یک سال عمل می‌کنند.

۳- تغییرات دوره‌ای: (5) حرکات نوسانی در یک سری زمانی بیشتر از یک سال را تغییرات دوره‌ای گویند. این تغییرات به واسطه افت و خیزهایی است که از یک دوره بیشتر از یک سال برمی‌گردند.

۴- تغییرات نامنظم: (6) تغییرات نامنظم یا تصادفی نتیجه نیروی پیش‌بینی نشده می‌باشد که به طریق نامنظم عمل می‌کنند. این گونه تغییرات طرح معینی را نشان نمی‌دهند و زمان وقوع آنها نامنظم و تقریباً غیرقابل پیش‌بینی می‌باشند.

برای پیش‌بینی رفتار سری زمانی و تعیین مدل پیش‌بینی، فنون مختلفی وجود دارد که این فنون را می‌توان به دو دسته روشهای کیفی (شامل روشهای دلفی، طوفانی مغزی و گروه اسمی) و روشهای کمی (شامل مدل‌های ساده، میانگین متحرک، نمو هموار، هلت-ویسترز، باکس - جنکینز و

مدل‌های اقتصادسنجی) تفکیک کرد. (آذر و مؤمنی، ۱۳۷۹) در این تحقیق از بین این مدل‌ها، مدل کمی باکس - جنکینز که از بهترین مدل‌ها برای تحلیل و پیش‌بینی محسوب می‌شود به اجمال تشریح می‌گردد. اساس رویکرد باکس

- جنکینز به بررسی حوزه وسیعی از مدل‌های پیش‌بینی برای یک سری زمانی قرار گرفته است. گروه عمومی مدل‌ها برای یک سری زمانی در روش شناسی باکس - جنکینز مدل‌های تلفیقی اتورگرسیون و میانگین متحرک می‌باشند که در آمار به مدل‌های ARIMA<sup>(V)</sup> معروفند. از مدل‌های ARIMA

می‌توان مدل‌های متعددی چون مدل رگرسیون ساده و چندمتغیره، میانگین متحرک و حتی مدل‌های ناشناخته دیگر را که مناسب سری زمانی می‌باشند استخراج کرد. در مدل باکس - جنکینز علاوه بر عامل روند به تغییرات فصلی و تصادفی نیز توجه می‌گردد (آذر و مؤمنی، ۱۳۷۹). روش باکس - جنکینز و مدل‌های استفاده شده در آن تنها برای سریهای زمانی ایستا<sup>(8)</sup> یا

### - مدل‌های اتورگرسیو (AR):

یک نوع مدل تصادفی برای نمایش سریهای موردنظر که می‌تواند برای پیش‌بینی مفید و کارآمد واقع شود. مدل اتورگرسیو  $AR(p)$  می‌باشد. این مدل در واقع یک معادله رگرسیونی می‌باشد. با این تفاوت که در این مدل مقادیر  $(x_t)$  روی متغیرهای مستقل، رگرسیون نشده بلکه روی مقادیر گذشته  $(x_t)$  رگرسیون شده است و به همین دلیل است که آن را فرایند اتورگرسیو نامیده‌اند (بزرگنیا و نیرومند، ۱۳۷۴). صورت کلی این مدل به شکل زیر می‌باشد:

$$Z_t = \phi_1 Z_{t-1} + \phi_2 Z_{t-2} + \dots + \phi_p Z_{t-p} + a_t$$

که یک مدل اتورگرسیو از مرتبه  $P$  یا  $AR(p)$  نامیده می‌شود (جمشیدی، ۱۳۶۸).

### - مدل میانگین متحرک (MA)

یکی دیگر از مدل‌های باکس - جنکینز که برای پیش‌بینی سریهای زمانی از اهمیت علمی بالایی برخوردار می‌باشد مدل میانگین متحرک مرتبه  $q$  یا  $MA(q)$  می‌باشد. در این مدل اگر  $Z_t$  فرایند تصادفی محض با میانگین صفر و  $\delta X^2$  باشد، در آن صورت فرایند  $X_t$  را میانگین متحرک با مرتبه  $q$  می‌گویند. صورت کلی این الگو به شکل زیر می‌باشد:

$$Z_t = a_t - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2} - \dots - \theta_q a_{t-q}$$

### - مدل‌های تلفیقی اتورگرسیو و میانگین متحرک (ARMA)

در این الگو برای برآزش بهتر و مناسب سریهای زمانی از مدل‌های اتورگرسیو و میانگین متحرک به صورت ترکیبی استفاده شده است. به طور کلی چون وجود تعداد زیاد پارامترها در الگوها، دقت برآورد را کاهش می‌دهد، بنابراین در ساختن یک مدل، لازم است جملات اتورگرسیو و میانگین متحرک توأم در مدل با الگو استفاده شود. این مسئله به الگوی مرکب اتورگرسیو و میانگین متحرک، منتهی می‌شود که صورت کلی معادله آن به شکل زیر می‌باشد (بزرگنیا و نیرومند، ۱۳۷۴):

$$Z_t = \phi_1 Z_{t-1} + \phi_2 Z_{t-2} + \dots + \phi_p Z_{t-p} + a_t - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2} - \dots - \theta_q a_{t-q}$$

### - مدل‌های فصلی (SARIMA)

از دیگر مدل‌های باکس - جنکینز که در آن اثرات فصلی مورد توجه قرار گرفته الگوهای فصلی سریهای فصلی زمانی می‌باشند. به طور کلی وقتی در یک سری پس از  $S$  فاصله زمانی پایه، شباهتهایی پیداشود، می‌گوییم که سری رفتار تناوبی با دوره تناوب  $S$  از خود نشان می‌دهد (مشکانی، ۱۳۷۱). این دوره تناوب ممکن است  $S=4$  یا  $S=12$  ماه باشد. در میان الگوهای تصادفی فصلی به طور کلی به الگوهای ضرب‌پذیر توجه بیشتری می‌شود. الگوی کلی مدل فصلی به صورت زیر می‌باشد (مشکانی، ۱۳۷۴):

$$\Phi(B^S) \nabla^D Z_t = \Theta(B^S) a_t$$

### روش کار

از آنجایی که سریهای زمانی اقلیمی در بررسی کیفیت داده‌ها مفید بوده و نتایج بسیار مناسبی را ارائه می‌دهند (F. Valero et al, 1996)، به همین جهت،

مانا به کار می‌روند. به همین دلیل در سریهای زمانی مختلف که غالباً هم نامتعادل بوده باید با استفاده از تبدیل<sup>(۹)</sup> و روشها تفاضل‌گیری<sup>(۱۰)</sup> مختلف آن را به یک سری ایستا تبدیل نمود. این تبدیل و تفاضل‌گیری‌ها سبب می‌شود که اثرات روند یا فصلی در سری داده‌ها از بین رفته و داده‌ها به حالت تعادل برسند. در مدل‌های باکس - جنکینز علاوه بر فرض ایستابودن داده‌ها به فرض نرمال بودن داده‌ها نیز اهمیت زیادی داده می‌شود. لذا در این مدل‌ها قبل از هر چیزی باید آزمون نرمال بودن بر روی سری داده‌های موردنظر انجام شود. برای انجام این آزمون روشهای مختلفی چون آزمون کای اسکور و منحنی‌های نرمال Q-Q, P-P وجود دارد. با این پیش زمینه و با فرض اینکه داده‌ها حالت تعادل و ایستایی داشته و فرض نرمال بودن نیز در آنها لحاظ گردیده به کارگیری مدل باکس - جنکینز شامل مراحل ذیل می‌باشد:

### ۱ - مرحله تشخیص مدل

تعیین یک مدل مناسب، ضرورتاً دقیق نبوده و جز راهنمایی یک دسته از مدل‌های قابل برآزش، کار دیگر نخواهد کرد. به همین جهت انتخاب مدل مناسب برای سری داده‌های موردنظر، بستگی به نمایش هندسی سری زمانی و قضاوت و تجربه تحلیلگر دارد. در تشخیص مدل، روشهای گرافیکی مناسب می‌باشند ولی برای تعیین مدل نهایی تکرار و آزمایش مدل اهمیت ویژه‌ای دارد. یکی از راههای مناسب که تحلیلگر را در تشخیص مدل کمک می‌کند، نمودارهای توابع خود همبستگی<sup>(۱۱)</sup> (Acf) و خود همبستگی جزئی<sup>(۱۲)</sup> (Pacf) می‌باشند. زیرا با این نمودارها می‌توان با توجه به ضرایب همبستگی تأخیرها و کیفیت بیرون زدگی تأخیرها از خط معنی داری، نوع و مرتبه مدل‌های سری زمانی را تشخیص داد.

### ۲ - مرحله برآورد پارامترها و آزمون آنها

در این مرحله بعد از تعیین مدل اولیه باید با استفاده از داده‌های موجود به تخمین و برآورد پارامترهای مدل پرداخت. در این رابطه با توجه به قراردادن نوع تابع خود همبستگی و خود همبستگی جزئی و مرتبه آنها و نیز نوع تفاضل‌گیری‌ها و تبدیل‌ها و دخالت دادن این تغییرات در مدل به برآورد و تخمین پارامترها می‌پردازیم. در برآورد پارامترها، پارامترهایی مناسب می‌باشند که از سطح معنی داری بالایی برخوردار باشند و آزمونهای کای اسکور و یا کولموگروف - اسمیرنوف وجود پارامترها را تأییدکنند و مقادیر باقیمانده مدل نیز از جهت استقلال و نرمال بودن مورد قبول واقع شده باشند.

### ۳ - مرحله پیش‌بینی

در این مرحله به پیش‌بینی مقادیر آینده سری داده‌ها پرداخته می‌شود. به همین منظور باید به صحت مراحل قبل اطمینان کامل داشت. زیرا پیش‌بینی‌ها زمانی نزدیک به واقعیت خواهد بود و حداقل خطا را خواهند داشت که طی آن، تشخیص مدل و تعیین پارامترها و انجام آزمونهای لازم به درستی صورت گرفته باشد. مهمترین مدل‌های پیش‌بینی سریهای زمانی به روش باکس - جنکینز شامل موارد ذیل می‌باشد:

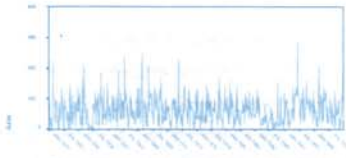


ضرایب همبستگی تأخیرها (Lag) از خط معنی داری، نوع مدل ARIMA را از جهت این که مدل از نوع میانگین متحرک، اتورگرسیو و یا ترکیبی از این دو بوده را می توان به طور پیش فرض تشخیص داد و شناسایی کرد.

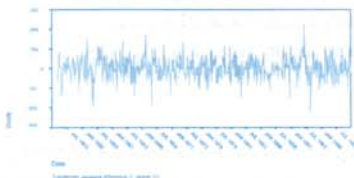
در مرحله بعدی با توجه به اعمالی که در مرحله قبل انجام داده شد، به تخمین پارامترهای مدل پرداخته می شود برای این منظور باید به چند مسئله توجه داشت: اول اینکه پارامترهای تعیین شده باید از سطح معنی داری بسیار بالایی برخوردار باشند و لاقط سطح معنی داری آنها کمتر از ۰/۰۵ باشد. دوم، میزان T-RATIO پارامترها نیز در حد بالایی بوده و لاقط خارج از محدوده  $|2|$  باشد. سوم، مقادیر کواریانس و ماتریس همبستگی پارامترها نیز باید همبستگی بسیار پایینی نسبت به هم داشته باشند. اگر این معیارها برای پذیرش پارامترها در مدل انتخابی پذیرفته شدند، به مرحله بعدی یعنی آزمون باقیماندهها پرداخته می شود. در آزمون باقیماندهها باید به دو مسئله توجه کرد: فرض استقلال دادهها و فرض تصادفی بودن آنها. به همین جهت نمودارهای Pacf، Acf مقادیر باقیماندههای مدل ترسیم می گردد. برای پذیرش مدل باید تمام مقادیر باقیمانده زیر خط معنی داری باشند، اگر آزمون باقیماندهها مورد پذیرش قرار گرفت به برآزش مدل می پردازیم. در این مرحله با توجه به نوع مدل پذیرفته شده به پیش بینی پرداخته می شود.

#### مراحل عملی پیش بینی، ایستگاه قائم شهر

همانطور که در نمودار پراکنده دادههای بارندگی ایستگاه قائمشهر مشاهده می شود (نگاره ۱)، دادههای بارندگی از حالت ناپیوستایی و عدم تعادل برخوردار می باشند. لذا برای این که این دادهها را به ایستایی و تعادل برسانیم تنها یکبار تفاضل گیری فصلی به عمل آمد.



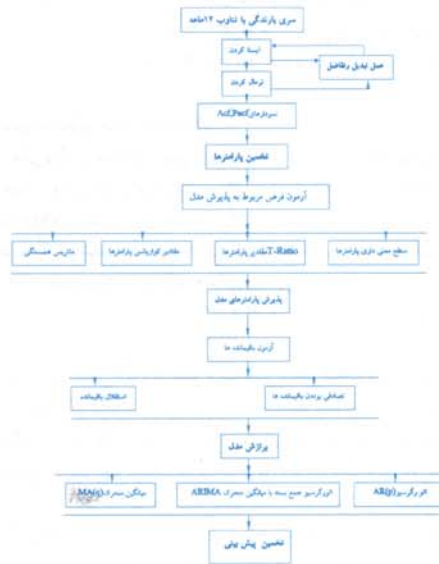
نگاره (۱): نمودار خطی دادههای اصلی بارش - ایستگاه قائمشهر



نگاره (۲): نمودار ایستاده دادههای بارش - ایستگاه قائمشهر

ترسیم نمودارهای Acf و Pacf دادههای خام و توجه به حرکت تأخیرها در آنها مشخص می کند که مدل احتمالی برای برآزش دادههای بارندگی این ایستگاه ترکیبی از میانگین متحرک و اتورگرسیو باشد.

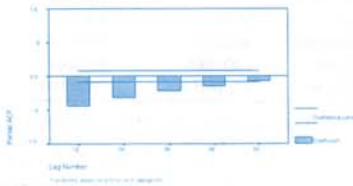
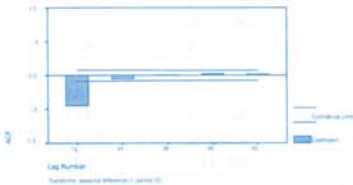
برای برآورد و پیش بینی بارندگی در این تحقیق از الگوهای سری زمانی استفاده گردید. مهم ترین و معروف ترین مدل سری زمانی، مدل های اتورگرسیو با میانگین متحرک ARIMA می باشد. مدل های ARIMA از زمانی که یک دامنه وسیعی از فرایندهای تصادفی را شامل شدند از اهمیت زیادی برخوردار شدند. زیرا ساختار ریاضی آنها کاملاً برای پیش بینی مفید بوده و نمایش آماری مناسبی از دادهها را بر حسب پارامترهای بسیار کم تهیه می کنند.



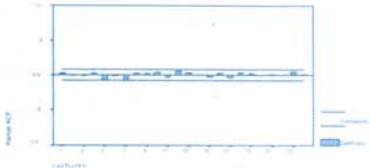
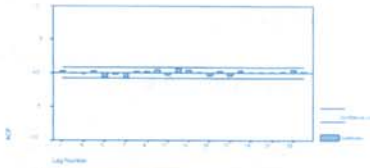
نمایه (۱): مراحل مدل سازی

مدل های ARIMA تصویری ما را از آب و هوا و راههایی که در مشاهدات هواشناسی است در مطالعات اقلیمی، درست نمایی می کنند (Katz, 1981). همانطور که گردش کار مربوط به پیش بینی (نمایه ۱) مشاهده می شود، برای پیش بینی بارندگی، مراحل مختلفی انجام می گیرد. ابتدا دادههای ماهانه بارندگی ایستگاههای مورد نظر را تبدیل به یک سری کرده، به این نحو که تمام ماههای هر سال، به دنبال هم قرار گیرند. بعد از سری شدن دادهها، وضعیت پراکنش دادهها باید مشاهده گردد، به همین جهت نمودار پراکنش دادهها رسم گردیده تا از این طریق بتوان کیفیت دادهها را از نظر وجود روند، اثرات فصلی یا دوره ای تشخیص داد. اگر از نحوه پراکنش دادهها تشخیص داده شد که سری دادهها از واریانس ثابت و تعادل برخوردار نبوده، با عمل تبدیل (Transform) و تفاضل گیری (Difference) به ایستاده کردن و نرمال کردن دادهها پرداخته می شود. بعد از انجام این مرحله نمودارهای خود همبستگی (Acf) و خود همبستگی جزئی (Pacf) ترسیم می گردد. این نمودارها در تشخیص مدل اولیه پیش بینی به ما کمک می کنند، زیرا می توان با توجه به بیرون زدگی تعداد

اتورگرسیو می‌باشد، نشان می‌دهد که برای پیش‌بینی بارش، مدل اتورگرسیو مرتبه اول مناسب می‌باشد. نمودارهای Acf, Pacf فصلی نیز مشخص می‌کنند که از نظر فصلی، نمودار Acf از ضرایب قوی‌تری نسبت به Pacf برخوردار می‌باشد. بنابراین با توجه به این نمودارها، مدل پیش فرض ما مدل ترکیبی از میانگین متحرک و اتورگرسیو می‌باشد.

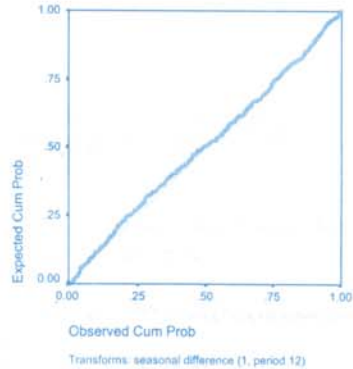


نگاره (۶)، نمودار Acf, Pacf فصلی ایستگاه بارش ایستگاه قائمشهر

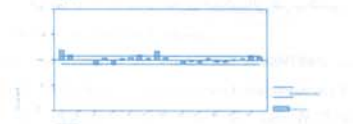
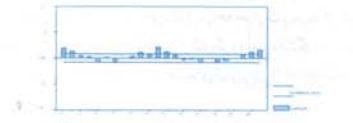


نگاره (۷)، نمودار Acf, Pacf باقیمانده‌ها - ایستگاه قائمشهر

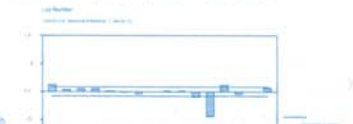
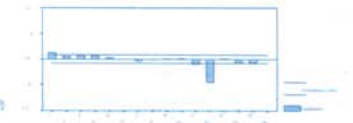
برای این که بدانیم این مدل انتخابی ما واقعاً برای پیش‌بینی مناسب است یا خیر، به تخمین پارامترها و آزمون باقیمانده‌ها می‌پردازیم. در تخمین پارامترهای این مدل (جدول ۱) معیارهایی که برای تأیید مدل لازم می‌باشد وجود دارد، یعنی سطح معنی داری پارامترها، مقادیر T-Ratio مقادیر کواریانس و ماتریس همبستگی، صحت مدل را تأیید می‌کنند. برای اطمینان بیشتر از صحت مدل به آزمون باقیمانده‌ها نیز توجه شده است، همانطور که در نمودارهای خود همبستگی جزئی باقیمانده‌ها (نگاره ۷) مشاهده می‌شود، مقادیر باقیمانده هیچ مدلی را به خود نپذیرفته و تمام تأخیرها زیر خط معنی داری قرار دارند و این نشان دهنده استقلال و تصادفی بودن مقادیر باقیمانده می‌باشد.



نگاره (۳)، نمودار P-P داده‌های ایستگاه بارش - ایستگاه قائمشهر

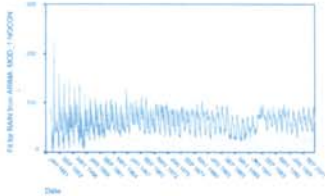


نگاره (۴)، نمودار Acf, Pacf داده‌های اصلی بارش - ایستگاه قائمشهر



نگاره (۵)، نمودار Acf, Pacf داده‌های ایستگاه بارش - ایستگاه قائمشهر

در مرحله بعد، با عمل فاضل‌گیری فصلی مرتبه اول که برای ایستاکردن داده‌ها استفاده شد، به ترسیم نمودارهای Acf, Pacf می‌پردازیم. این نمودارها نشان می‌دهند (نگاره ۵) که حدس ما در مورد نوع مدل درست بوده، زیرا نمودار خودهمبستگی (Acf) که برای تشخیص میانگین متحرک مدل می‌باشد، نشان می‌دهد که مدل نهایی می‌تواند با میانگین متحرک مرتبه اول برازش داده شود. نمودار خودهمبستگی جزئی Pacf نیز که برای تشخیص مدل



نگاره (۸): نمودار سری Fil شده داده‌های بارندگی ایستگاه قاتم شهر (۱۹۵۱-۲۰۰۳)

منابع:

- آذر، عادل و منصور، مؤمنی (۱۳۷۷)، آمار و کاربرد آن در مدیریت، جلد دوم، انتشارات سمت.
- با کس، جی، ای. بی. و جی. ام.، جنکینز (۱۳۷۱)، تحلیل سریهای زمانی پیش‌بینی و کنترل، مشکانی، محمدرضا (مترجم)، جلد اول، انتشارات دانشگاه شهید بهشتی.
- بزرگنیا، ابوالقاسم و ویرومند، حسینعلی (۱۳۷۴)، سریهای زمانی، انتشارات پیام نور.
- جمشیدی، وحید (۱۳۶۸)، تجزیه و تحلیل درجه حرارت و بارندگی شهر تهران به وسیله سریهای زمانی، پایان‌نامه کارشناسی ارشد، گروه آمار دانشگاه تربیت مدرس.
- شرکت آمار پسر دازان (۱۳۷۷)، راهنمای کاربران spss6.0 تحت ویندوز، انتشارات مرکز فرهنگی حامی.
- مالکی، عبدالکریم (۱۳۷۵)، مدل سازی خشکسالی غرب کشور، پایان‌نامه کارشناسی ارشد، گروه آمار دانشگاه شهید بهشتی.
- F. Valero et al (1996) "A method for the reconstruction and temporal extension of climatological timeseries", Int.J.Climatol, Vol.16, p.213-224.
- Katz, R.W. and Richard H.S (1981) "On the use of autoregressive moving average processes to model meteorological time series", "Monthly Weather Review, Vol.109, p.479-489.

پی‌نوشت

- Autoregressive Integrated Average
- فرآیند تصادفی یک پدیده آماری می‌باشد که در طول زمان مطابق قوانین احتمالات تحول می‌یابد (مشکانی، ۱۳۷۱).
- Trend
- Seasonal Change
- Cyclical Change
- Irregular Change
- Autoregressive Integrated moving Average
- سری زمانی مانا یا ایستابا سری زمانی گفته می‌شود که در آن تغییرات منظم در میانگین و واریانس از بین رفته باشد و تغییرات دوره‌ای کاملاً حذف شده باشد.
- Transform
- Difference
- Autocorrelation
- Partial Autocorrelation

تصحیح

ضمن عرض پوزش، بدینوسیله مشخصات نویسندگان محترم مقاله «بررسی روشهای طبقه‌بندی تصاویر ماهواره‌ای» (سپهر شماره ۵۹) به شرح ذیل تصحیح می‌گردد:

- مهندس ابوالفضل رنجبر: کارشناس ارشد سیستم اطلاعات جغرافیایی  
عمو هیات علمی دانشگاه تبریز

- مهندس سید محمد باقر قاضی: کارشناس ارشد فتوگرامتری و سنجش از دور

جدول شماره (۱): ضرایب مدل برازش داده شده

Initial values:				
AR1		.43653		
MA1		.31888		
SMA1		.56077		
Variables in the Model				
	B	SEB	T-RATIO	APPROX.PROB
AR1	.855	.0735	11.630	.000
MA1	.75423	.0930	8.105	.000
SMA1	.926	.0217	42.64	.000
Covariance Matrix:				
	AR1	MA1	SMA1	
AR1	.00541516	.00656020	.00012133	
MA1	.00656020	.00865942	.00014397	
SMA1	.00012133	.00014397	.00047236	
Correlation Matrix:				
	AR1	MA1	SMA1	
AR1	1.0000000	.9580031	.0758594	
MA1	.9580031	1.0000000	.0711865	
SMA1	.0758594	.0711865	1.0000000	

بنابراین با انجام مراحل فوق، به این نتیجه می‌رسیم که مدل میانگین متحرک فصلی و غیر فصلی به همراه اتورگرسیو برای پیش‌بینی بارش ایستگاه قاتم شهر مناسب باشد. مدل مذکور که به صورت (او ۱ و ۰) (او ۱ و ۰) SARIMA نمایش می‌دهند و در سطح اطمینان ۰/۰۵ به پیش‌بینی می‌پردازد، به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\phi(B) \nabla_{12} Z_t = \theta_1(B) \Theta(B_{12}) a_t$$

که با عملگر پسر و به شکل زیر می‌باشد:

$$(1-\phi_1 B) (1-B_{12}) Z_t = (1-\Theta_1 B) (1-\Theta_{12} B_{12}) a_t$$

که حالت باز شده آن می‌شود:

$$Z_t - Z_{t-12} - \phi_1 Z_{t-1} + \phi Z_{t-13} = a_t - \theta_1 a_{t-1} - \Theta_{12} a_{t-12} + \Theta_{12} a_{t-13}$$

در این مدل:

متغیر بارش با تأخیر ۱۳  $Z_{t-13}$

متغیر بارش با تأخیر ۱۲  $Z_{t-12}$

متغیر بارش با تأخیر ۱  $Z_{t-1}$

متغیر بارش  $Z_t$

پارامتر میانگین متحرک فصلی مرتبه اول  $\Theta_1$

پارامتر میانگین متحرک غیر فصلی مرتبه اول  $\theta_1$

پارامتر اتورگرسیو مرتبه اول  $\phi_1$

و مقدار خطا با تأخیر ۱۲  $a_{t-12}$

مقدار خطا با تأخیر ۱  $a_{t-1}$

نوفه سفید یا فرآیند تصادفی محض  $a_t$

مقدار خطا با تأخیر ۱۳  $a_{t-13}$  می‌باشد.

با جایگزین کردن پارامترهای بدست آمده از تخمین پارامترها، مدل پیش‌بینی ایستگاه قاتم شهر به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$Z_t = Z_{t-12} + 0.44Z_{t-1} - 0.46Z_{t-13} - 0.32a_{t-1} - 0.56a_{t-12} + 0.18a_{t-13}$$

مقادیر پیش‌بینی شده بارندگی تا سال ۲۰۰۳ در نگاره (۸) آمده است.