

## انتقال عددی معکوس

### در سیستم‌های تصویر نقشه

مهدی مدیری

عضو هیأت علمی دانشکده نقشه‌برداری

mmodiri@ut.ac.ir

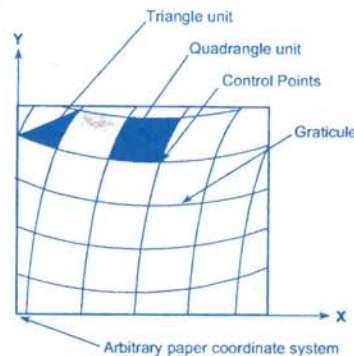
#### چکیده

در کارتوگرافی سیستم‌های تصویر نقشه برای انتقال مختصات جغرافیایی به شبکه مختصاتی مسطحانی مورد استفاده قرار می‌گیرند. این روش انتقال «انتقال به جلو»<sup>(۱)</sup> نامیده می‌شود. در بسیاری از کاربردها از جمله سامانه‌های اطلاعات جغرافیایی (GIS) نقشه‌ها با رقوم‌ها به شکل رقومی درمی‌آیند. بنابراین داده‌های اخذ شده در یک مجموعه داده‌ای دیگر مجتمع می‌گردند که در این صورت، مختصات مسطحاتی باید به فرم مختصات جغرافیایی انتقال یابند که این مراحل «انتقال معکوس»<sup>(۲)</sup> نامیده می‌شود. در این مقاله دو روش عددی برای انتقال معکوس ارائه و استدلال می‌گردد.

#### ۱- مقدمه

سیستم‌های تصویر نقشه، نمونه‌ای از انتقال مختصات می‌باشند که می‌توانند سطح کروی زمین را در یک نقشه مسطح (سطح مستوی)<sup>(۳)</sup> ارائه دهند. انتقال مختصات جغرافیایی در مختصات مسطحاتی یک روال عادی در کارتوگرافی می‌باشد. انتقال معکوس می‌تواند مختصات جغرافیایی را از مختصات نقشه ارائه دهد که برای این منظور دریافت اطلاعات از طریق رقومی کردن نقشه‌های کاغذی، به خصوص برای قرار دادن در سامانه‌های اطلاعات جغرافیایی (GIS) فراهم می‌شود. برای نقشه‌های بزرگ مقیاس که باید رقومی شوند، معمولاً یک سیستم مختصات مسطحاتی (قائم الزاویه) یعنی شبکه نقشه را در یک نقشه قرار می‌دهند. با استفاده از یک چنین شبکه‌ای، مثل سیستم تصویر UTM، مختصات مسطحاتی به راحتی با استفاده از یک صفحه مختصات<sup>(۴)</sup> رقومی گر یا یک تصویر اسکن شده دریافت می‌گردد و در صورتی که نیاز باشد، این مسئله به صورت تحلیلی در سیستم‌های مختصات مسطحاتی تبدیل می‌شود. برای این نوع، یک شبکه بندی جغرافیایی در نقشه نشان داده می‌شود (نگاره ۱). بطور کلی این مسئله نمی‌تواند یک سیستم مختصات قائم الزاویه را شکل دهد، همچنین نمی‌تواند به طور مستقیم برای اهداف رقومی استفاده گردد. به منظور رقومی کردن، یک سیستم مختصات قائم الزاویه مورد نیاز می‌باشد. در صورتی که اطلاعاتی

کافی درمورد سیستم تصویر معلوم باشد، مختصات قائم الزاویه نقاط شبکه بندی جغرافیایی را می توان محاسبه نموده و رقمی کردن را برای نقشه های بزرگ مقیاس انجام داد. به منظور اینکه بتوان مختصات قائم الزاویه را در داخل مجموعه های داده ای مختلف مجتمع نمود، باید بعد از رقمی کردن، مختصات قائم الزاویه ای رقمی شده را به صورت تحلیلی در سیستم های جغرافیایی منتقل نمود. برای بعضی از سیستم های تصویری که در نقشه های کوچک مقیاس استفاده می شوند (به خصوص برای سیستم های تصویری جهانی)، انتقال معکوس تنها با استفاده از تکرار عددی امکان پذیر است (Ipuker, 2002). در صورتی که اطلاعات کافی و مناسبی در مورد سیستم تصویر نقشه کوچک مقیاس وجود نداشته باشد، مختصات قائم الزاویه ای شبکه بندی جغرافیایی را نمی توان محاسبه نمود. در اینجا دو روش قابل کاربرد در چنین مواردی تشریح می شود. اولی روش انتقال محلی<sup>(5)</sup> نامیده می شود و از چهاروجهی های شبکه جغرافیایی استفاده می شود. دومین روش معروف انتقال به نام انتقال چند مربعی<sup>(6)</sup> می باشد، باید توجه شود که این روشها را نمی توان جایگزین راه حلهای تحلیلی نمود، در صورتی که انتقال تحلیلی امکان پذیر گردد، راه حل تحلیلی ترجیح دارد. برای مدل زمینی، مختصات جغرافیایی بعد از انتقال عددی بستگی به این مسئله دارد که چگونه می توان شبکه بندی جغرافیایی را ایجاد نمود. یعنی این مسئله بستگی به سیستم تصویری دارد که به طور دقیق معلوم است.



نگاره (۱): شبکه مدارات و نصف النهارات در شیت نقشه

در حالی که نقشه های کوچک مقیاس نیز به این صورت فرض می شوند که مدل زمین کروی است. انگیزه اصلی برای این تحقیق، پروژه در حال طراحی نقشه سیاسی کوچک مقیاس (۱:۸۰۰۰۰/۰۰۰) بود، به طوری که بیشتر مناطق اوراسیا (اروپا و آسیا) را تحت پوشش قرار می داد. بعضی از مرزهای اجرایی آن باید از نقشه های کاغذی رقمی گردد و در نقشه پایه ای که استفاده می شود، مجتمع گردد. هیچگونه اطلاعاتی درمورد سیستم تصویر وجود ندارد، همچنین شکل شبکه جغرافیایی نیز نمی تواند هیچگونه نظری رادرمورد سیستم تصویر ارائه نماید و طبق برنامه توسعه یافته می توان از روشهای انتقال عددی که در این جا ارائه شده استفاده کرد. بررسی ها نشان می دهد مرزهایی که با این روش رقمی گردید مطابق با نقشه پایه می باشند.

## ۲- انتقال معکوس

فرمول کلی انتقال معکوس عبارت است از:

$$\lambda = f_1(x, y), \quad (1)$$

$$\varphi = f_2(x, y).$$

هدف از این تحقیق انتقال سیستم‌های مختصات مسطحاتی قائم الزاویه در طول و عرض جغرافیایی (مختصات جغرافیایی) است. فرض نماییم که هیچگونه معادلات تحلیلی بین دو سیستم معلوم و مشخص نباشد. در این صورت به دلخواه می‌توان هرگونه سیستم مختصات کساغذی را انتخاب نمود. سپس مختصات جغرافیایی و مختصات قائم الزاویه برای کلیه نقاط شبکه جغرافیایی معلوم می‌باشد که این نقاط، نقاط کنترلی را برای انتقال عددی شکل می‌دهند و به منظور انتقال عددی از چند جمله‌ای‌ها استفاده می‌گردد (Yang et al., 2000).

یک روش جایگزین، انتقال چند مربعی<sup>(۷)</sup> است که در سال ۱۹۷۱ میلادی توسط هاردی<sup>(۸)</sup> پیشنهاد گردید. این روش می‌تواند به عنوان روش جهانی در نظر گرفته شود و روش دیگر، روش انتقال محلی می‌باشد که راه حل‌های مختلفی را برای هر چهار وجهی شبکه بندی جغرافیایی ارائه می‌دهد.

### ۱-۲ روش انتقال محلی (L.T)<sup>(۹)</sup>

در این روش هر چهار ضلعی در شبکه بندی جغرافیایی به عنوان یک بخش مستقل به کار می‌رود. با توجه به یک شیت نقشه، واحدهای مستطیلی شکل نمی‌توانند در لبه‌ها شکل بگیرند که در این صورت، در این قسمتهای نقشه، بخشهای مثلثی شکل را می‌توان ایجاد نمود. حتی با استفاده از مثلثها، مقداری فضا وجود دارد که نزدیک لبه‌های شیت است و خالی می‌ماند (پوشیده نمی‌شود) نگاره (۱) چهار نقطه مشترک (نقاط کنترل) برای هر بخش از چهارضلعی معلوم است. چند جمله‌ای که به عنوان معادلات انتقالی استفاده می‌شوند:

$$\lambda = a_1x + a_2y + a_3xy + a_4, \quad (2)$$

$$\varphi = a_5x + a_6y + a_7xy + a_8.$$

این انتقال را می‌توان انتقال هذلولی<sup>(۱۰)</sup> نام نهاد، چون هر معادله در رابطه (۲) یک هذلولی را تعیین می‌نماید. با استفاده از چهار نقطه کنترل می‌توان سیستم معادله خطی رابطه ۲ را حل نمود. یعنی ۸ ضریب را می‌توان تعیین کرد.

$$A = \begin{bmatrix} x_1 & y_1 & x_1y_1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & x_1 & y_1 & x_1y_1 & 1 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ x_4 & y_4 & x_4y_4 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & x_4 & y_4 & x_4y_4 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{و}$$

$$\underline{X} = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ a_7 \\ a_8 \end{bmatrix} \quad \underline{B} = \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \varphi_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \lambda_4 \\ \varphi_4 \end{bmatrix}$$

$$\underline{A} \underline{X} = \underline{B} \rightarrow \underline{X} = \underline{A}^{-1} \underline{B} \quad (3)$$

راه حل در ماتریس رابطه (3) نشان داده شد. برای هر واحد مثلثی، سه نقطه کنترل معلوم است که در اینجا از تبدیل شش پارامتری استفاده می‌گردد.

$$\lambda = a_1x + a_2y + a_3, \quad (4)$$

$$\varphi = a_4x + a_5y + a_6.$$

سیستم مختصات رابطه (4) معادله ذیل حل می‌گردد.

$$\underline{A} = \begin{bmatrix} x_1 & y_1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & x_1 & y_1 & 1 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ x_3 & y_3 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & x_3 & y_3 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\underline{X} = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ a_5 \\ a_6 \end{bmatrix} \quad \underline{B} = \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \varphi_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \lambda_3 \\ \varphi_3 \end{bmatrix}$$

$$\underline{A} \underline{X} = \underline{B} \rightarrow \underline{X} = \underline{A}^{-1} \underline{B} \quad (5)$$

برای هر نقطه‌ای که باید منتقل شود، با استفاده از الگوریتم «نقطه در چند ضلعی»<sup>(11)</sup> می‌توان یک قسمت مربع مستطیلی یا مثلثی را بررسی نمود. (Crometeley, 1992) هر نقطه با استفاده از ضرایب مرتبط هر بخش

منتقل می‌شود. در صورتی که نقاطی که باید انتقال داده شوند در فضای بخشهای انتقالی قرار گیرند، روش انتقال محلی (LT) از قابلیت اطمینان بیشتری برخوردار می‌باشد. به هر حال چهار ضلعی‌ها و قائم الزاویه‌ها ممکن است تمام نقشه را پوشش ندهند. نقاطی که به سمت لبه‌ها می‌باشند و در هر بخش قرار ندارند، باید به صورت مجزا و جداگانه به کار روند. به عنوان یک راه حل عملی، انتقال با استفاده از ضرایب نزدیکترین بخش را می‌توان پیشنهاد نمود. برای پیدا کردن چنین بخشهایی، مرکز هر بخش (یعنی میانگین مختصات) را می‌توان در نظر گرفت. روش برنامه نویسی «box test» نیز می‌تواند این مراحل تحقیقی را سرعت بخشد. (Cromley, 1992) روش انتقال محلی (LT) مرحله به مرحله طبق موارد ذیل خلاصه می‌گردد. نقطه‌ای که با مختصات قائم الزاویه (x,y) منتقل گردیده باید مختصات جغرافیایی آنرا پیدا نمود.

- بخشی که شامل نقطه‌ای می‌باشد، تعیین می‌گردد و در صورتی که چنین بخشی نباشد، نزدیکترین بخش تعیین می‌گردد.
- در صورتی که بخش به صورت چهار ضلعی باشد، از انتقال زیر استفاده می‌شود.

$$\lambda = a_1x + a_2y + a_3xy + a_4$$

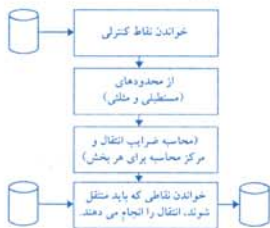
$$\varphi = a_5x + a_6y + a_7xy + a_8$$

- اگر بخش مثلثی باشد از روابط متقابل زیر استفاده می‌گردد.

$$\lambda = a_1x + a_2y + a_3$$

$$\varphi = a_4x + a_5y + a_6$$

روش انتقال محلی (LT) در نگاره ۲ توضیح داده شده است.



نگاره ۲: روش انتقال محلی (LT)

## ۲-۲) روش انتقال مولتی کوادریک (MQ)<sup>(۱۶)</sup>

در سال ۱۹۷۱ میلادی، هاردی روش انتقال مولتی کوادریک (MQ) را به عنوان یک روش جایگزین انتقال جهانی پیشنهاد نمود که بعد از مدتی نیز انتخاب گردید. این روش به طور گسترده‌ای در مدل سازی مدل رقومی زمین (DTM) استفاده می‌شود. اولوگتکین<sup>(۱۳)</sup> در سال ۱۹۹۴ میلادی، روش مولتی کوادریک (MQ) را برای رقومی کردن نقشه‌های کاداستر به کار گرفت. در سال ۱۹۹۰ میلادی هاردی یک بررسی کلی از کاربرد را در ژئودزی، ژئوفیزیک، نقشه برداری، کارتوگرافی، فتوگرامتری، دورکاوی، پردازش سیگنال، جغرافیا، مدل رقومی زمین و هیدرولوژی ارائه نمود. عملکرد روش مولتی کوادریک (MQ) طبق رابطه ذیل معرفی می‌گردد. (Hardy, 1971)

$$\varphi(x,y) = \sum_{j=1}^n c_j \sqrt{(x_j-x)^2 + (y_j-y)^2 + \Delta^2}$$

(۶)

این رابطه سطح را تعیین می‌کند. اگر  $\Delta^2 \neq 0$  باشد، سطح مجموع هذلولی‌هاست. در صورتی که  $\Delta^2 = 0$  باشد، سطح مجموع مخروط‌هاست. تعدد  $\Delta^2$  در هر کاربرد متغیر می‌باشد. برای انتقال مختصات قائم الزاویه به مختصات جغرافیایی دو عملکرد مولتی‌کوادریک مورد نیاز است.

$$\lambda = \sum_{i=1}^n C\lambda_i \sqrt{(x-x_i)^2 + (y-y_i)^2}, \quad (V)$$

$$\varphi = \sum_{i=1}^n C\varphi_i \sqrt{(x-x_i)^2 + (y-y_i)^2}.$$

در معادله (V) تعداد نقاط کنترل را نشان می‌دهد.  $C\lambda_i$  و  $C\varphi_i$  ضرایبی هستند که باید تعیین شوند. چنانچه معادلات در معادله (V) برای کلیه نقاط کنترل نوشته شود، در سیستم مختصات خطی شکل می‌گیرند.

$$\lambda = C\lambda_1 \sqrt{(x_1-x_1)^2 + (y_1-y_1)^2}$$

$$+ C\lambda_2 \sqrt{(x_1-x_1)^2 + (y_1-y_2)^2}$$

$$+ \dots + C\lambda_n \sqrt{(x_1-x_n)^2 + (y_1-y_n)^2}$$

$$\lambda = C\lambda_2 \sqrt{(x_2-x_1)^2 + (y_2-y_1)^2}$$

$$+ C\lambda_2 \sqrt{(x_2-x_2)^2 + (y_2-y_2)^2}$$

$$+ \dots + C\lambda_n \sqrt{(x_2-x_n)^2 + (y_2-y_n)^2}$$

...

$$\varphi_1 = C\varphi_1 \sqrt{(x_1-x_1)^2 + (y_1-y_1)^2}$$

$$+ C\varphi_2 \sqrt{(x_1-x_2)^2 + (y_1-y_2)^2}$$

$$+ \dots + C\varphi_n \sqrt{(x_1-x_n)^2 + (y_1-y_n)^2}$$

$$\varphi_2 = C\varphi_1 \sqrt{(x_2-x_1)^2 + (y_2-y_1)^2}$$

$$+ C\varphi_2 \sqrt{(x_2-x_2)^2 + (y_2-y_2)^2}$$

$$+ \dots + C\varphi_n \sqrt{(x_2-x_n)^2 + (y_2-y_n)^2}$$

...

$$\begin{aligned}
 a_{ij} &= \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2} \\
 a_{ij} &\in A \\
 \lambda &= A \quad C\lambda \Rightarrow C\lambda \Rightarrow A^{-1}\lambda \\
 \varphi &= A \quad C\varphi \Rightarrow C\varphi = A^{-1}\varphi
 \end{aligned}$$

(A)

از آنجائی که A یک ماتریس متقارن و منظم است، راه حلهای سیستم معادلات خطی در معادله (A) امکان پذیر می باشد. A به اندازه  $n \times n$  است. اندازه آن با تعداد نقاط کنترل افزایش می یابد. همانگونه که از معادله (A) مشخص است، کلیه عناصر مایل، ماتریس A صفر هستند. این مسئله باید در معکوس سازی ماتریس در نظر گرفته شود. با در نظر گرفتن محاسبه با معادله (V) و اندازه سیستم معادله خطی در معادله (A) به سهولت می توان تشخیص داد که روش مولتی کوادریک (MQ) را نمی توان به صورت دستی انجام داد به طوری که به یک برنامه رایانه ای پیشرفته نیاز می باشد.

همچنین لازم به ذکر می باشد که روش مولتی کوادریک (MQ)، یک روش انترپولاسیون است، یعنی روش (MQ) نتایج قابل اطمینانی را ارائه می کند، به طوری که نقاطی که باید منتقل شوند در قسمت محدب نقاط کنترل قرار دارند. از سوی دیگر نقاط کنترل شامل نقاط شبکه ای است، این قسمت محدب نمی تواند کل شیت نقشه را دربرگیرد، نقاطی به سمت لبه ها هستند که خارج از قسمت محدب قرار گرفته اند.

#### پی نوشت

- |  |   |
|--|---|
| 1) Forward Transformation                  | 2) Inverse Transformation                   |
| 3) Flat Map                                | 4) Tablet                                   |
| 5) Local Transformation                    | 6) Multiquadric Transformation              |
| 7) Multiquadric                            | 8) HARDY                                    |
| 9) Local Transformation method (LT Method) | 10) Hyperbolic Transformation               |
| 11) Point in Polygon                       | 12) Multiquadric Transformation method (MQ) |
| 13) Ulugtekin                              |   |

#### منابع

- Bildirici, O.L., 2003. Numerical inverse transformation for map projections, computers & Geosciences, (29) 1003-1011.
- Cromley, R.G., 1992, Digital Cartography, Prentice Hall Inc., Englewood Cliff, NJ, 317PP.
- Hardy, R.L., 1990, Theory and Application of The Multiquadric biharmonic method, computers and mathematical Application 19(8/9), 163-208.
- Iphuker, C., 2002, An inverse Solution to the winkel Tripel projection using partial derivatives. Cartography and Geographic Information Science 29(1), 37-42.
- Mc Gwire, K.C., 1998, Mosaicking airborne Scanner data with the multiquadric rectification technique, photogrammetric Engineering & Remote Sensing 64(6), 601-606.
- Yank, Q., Snyder, J.P., Tobler, W., 2000, Map Projection Francis, London, 367pp.