

# مدلسازی و وضعیت جزرومدی به صورت جهانی

## براساس توابع متعامد و یکه در منطقه مطالعاتی

### با استفاده از مشاهدات ۱۱ ساله ماهواره ارتفاع سنجی (TOPEX/POSEIDON)

مهندس حسن هاشمی فراهانی

دانشجوی دکترای مهندسی نقشه برداری (ژئودزی)

hashemih @ ut.ac.ir

#### چکیده

هدف از این تحقیق مدلسازی پدیده جزرومد به صورت جهانی برای تمام آبهای آزاد دنیامی باشد. به منظور مدلسازی این پدیده از روش آنالیز هارمونیک استفاده شده است. جهت تشکیل مدل ارتفاع سطح لحظه‌ای آب ۹ مؤلفه اصلی جزرومدی (Ssa, Mm, MmO1, P1, K1, N2, M2, S2) را در محاسبات لحاظ کرده ایم. به منظور تشکیل ضرایب کسینوسی و سینوسی مدل ریاضی از مجموعه توابع متعامد و یکه در منطقه مطالعاتی استفاده شده است. به منظور برآورد مجهولات از تمام داده‌های خام و اصلی ماهواره ارتفاع سنجی (TOPEX/POSEIDON) استفاده نموده ایم. اطلاعات جمع‌آوری شده توسط این ماهواره در مدت ۱۰ سال در قالب CD۱۱۷ از طرف سازمان فضایی امریکا برای ما ارسال شده است. دقت داده‌های جمع‌آوری شده توسط ارتفاع سنج TOPEX و ارتفاع سنج POSEIDON به ترتیب برابر با 2cm و 3cm گزارش شده است. به منظور تخمین صحت مدل‌های حاصل از محاسبات مدلسازی تست‌های زیر صورت گرفته است.

۱ - مقایسه نتایج حاصل از مدل ارتفاع سطح لحظه‌ای آب با

مشاهدات ماهواره در دوره‌ای که در محاسبات مدلسازی شرکت نکرده است.

۲ - مقایسه مدل ارتفاع سطح متوسط آب با مدل‌های محاسبه شده توسط [R.H.Rapp,1994],[M.C.Kim,1998]

۳ - مقایسه مدل دامنه مؤلفه‌های عمده جزرومدی O1,K1,M2,S2 با مقادیر محاسبه شده برای دامنه این مؤلفه‌ها در موقعیت ۲۱۵ ایستگاه جزرومدی انتخاب شده در سراسر دنیا.

دقت متوسط مدل ارتفاع سطح لحظه‌ای آب برابر با 1.677mm برآورد شده است. میانگین اختلافها حاصل از مقایسه مدل ارتفاع سطح لحظه‌ای آب با مشاهدات ماهواره در دوره‌ای که در مدلسازی شرکت نکرده برابر با 13.25cm محاسبه شده است. میانگین اختلافها بین مدل ارتفاع سطح متوسط آب با مدل [R.H.Rapp,1994] برابر با 13.01cm بدست آمده است. همچنین میانگین اختلافها حاصل از مقایسه مدل دامنه مؤلفه‌های O1,K1,M2,S2 با مقادیر ارائه شده برای دامنه این مؤلفه‌ها در ایستگاههای جزرومدی به ترتیب برابر با 05.26cm,05.76cm,07.08cm,11.48cm حاصل شده است.

مورد مطالعه قرارداد، بعد از شناسایی می‌توان تأثیر این نیروها را در قالب یک مدل ریاضی مناسب ارائه کرد. نیروهای متعددی باعث تغییرات لحظه‌ای سطح آب می‌شوند. از این بین نیروها پدیده جزرومد مهم‌ترین و شناخته شده‌ترین عامل در تغییرات لحظه‌ای سطح آب می‌باشد.

بنابراین به منظور مدل‌سازی، تأثیر نیروهای جزرومدی را در مدل ریاضی وارد می‌کنیم. از آنجایی که پدیده جزرومد دارای رفتار متناوب می‌باشد بنابراین به منظور مدل‌سازی آن از روش آنالیز هارمونیک<sup>(۳)</sup> استفاده می‌شود. در این روش مدل ارتفاع سطح لحظه‌ای آب<sup>(۴)</sup> در نقطه واقع در طول و عرض جغرافیایی  $(\lambda, \varphi)$  و در زمان  $t$  بصورت زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$h(\varphi, \lambda; t) = U_0(\varphi, \lambda) + \sum_{k=1}^N \{U_k(\varphi, \lambda) \cdot \cos(\omega_k t) + V_k(\varphi, \lambda) \cdot \sin(\omega_k t)\} \quad (1)$$

در این رابطه عدد صحیح  $N$  تعداد مؤلفه‌های جزرومدی،  $\omega_k$  سرعت زاویه‌ای مؤلفه  $k$ ام جزرومد و  $h(\lambda, \varphi; t)$  ارتفاع سطح آب از بیضوی مرجع در موقعیت  $(\lambda, \varphi)$  و در زمان  $t$  می‌باشد. اندازه‌گیری ارتفاع سطح آب در نقاط و زمانهای مختلف توسط ماهواره ارتفاع سنجی بردار مشاهدات را تشکیل می‌دهد.

توابع  $U_k(\lambda, \varphi)$  و  $V_k(\lambda, \varphi)$  به ترتیب ضرایب کسینوسی و سینوسی مدل بوده و تابع  $U_0(\lambda, \varphi)$  ارتفاع سطح متوسط آب<sup>(۵)</sup> می‌باشد. ضرایب  $U_0(\lambda, \varphi)$ ،  $U_k(\lambda, \varphi)$  و  $V_k(\lambda, \varphi)$  مجهولات مدل می‌باشند. پدیده جزرومد دارای مؤلفه‌های زیادی بوده و نمی‌توان تمام این مؤلفه‌ها را در مدل ریاضی وارد نمود. زیرا همانطور که در رابطه (۱) ملاحظه می‌شود هرچه تعداد مؤلفه‌های موجود در مدل ریاضی زیاد شود حجم مجهولات مدل افزایش یافته و انجام محاسبات با مشکل مواجه می‌شود. بنابراین تنها مؤلفه‌های عمده جزرومد را در محاسبات لحاظ می‌کنیم. به منظور تعیین ضرایب مجهول ابتدا باید مدلی برای آنها در نظر گرفت و سپس با استفاده از مشاهدات جمع آوری شده آنها را برآورد نمود. بعد از انجام محاسبات و تعیین ضرایب  $U_0(\lambda, \varphi)$ ،  $U_k(\lambda, \varphi)$  و  $V_k(\lambda, \varphi)$  مدل ارتفاع سطح متوسط آب MSL نسبت به بیضوی مرجع به صورت زیر ارائه می‌شود.

$$MSL(\varphi, \lambda) = U_0(\varphi, \lambda) \quad (2)$$

همچنین می‌توان مدل دامنه و فاز مؤلفه  $k$ ام جزرومد را بترتیب بصورت زیر ارائه نمود:

$$A_k(\lambda, \varphi) = \sqrt{U_k(\lambda, \varphi)^2 + V_k(\lambda, \varphi)^2} \\ \psi_k(\lambda, \varphi) = 2 \operatorname{tg}^{-1} \left( \frac{U_k(\lambda, \varphi)}{V_k(\lambda, \varphi) + A_k(\lambda, \varphi)} \right) \quad (3)$$

از آنجایی که پدیده جزرومد در تغییرات لحظه‌ای سطح آب دریا بسیار مؤثر می‌باشد بنابراین به منظور انجام کلیه پروژه‌های دریایی نظیر عملیات عمرانی (احداث اسکله، سکوی نفتی و...) در سواحل و آبهای دور از ساحل، مطالعه جریانه‌های دریایی، مطالعه نحوه رسوب‌گذاری در کف دریاها... اطلاع از وضعیت جزرومدی بسیار ضروری می‌باشد. بنابراین تاکنون تلاش‌های زیادی به منظور مدل‌سازی این پدیده صورت گرفته است. در سواحل می‌توان اطلاعات جزرومدی را از طریق جمع‌آوری مشاهدات جزرومدسنج‌های ساحلی<sup>(۱)</sup> بدست آورد اما در آبهای دور از ساحل این امکان با استفاده از این مشاهدات وجود ندارد. برای تعیین تغییرات سطح آب دریا در مناطق دور از ساحل روش‌های مختلفی وجود دارد که بهترین آن ارتفاع سنجی ماهواره‌ای<sup>(۲)</sup> می‌باشد.

ماهواره‌های ارتفاع سنجی اطلاعات ارتفاعی نقاط مختلف سطح کره زمین را در امتداد مدارهای تعیین شده جمع‌آوری می‌کنند. مأموریت اصلی این ماهواره‌ها اندازه‌گیری ارتفاع سطح آب دریاها و اقیانوسها در نقاط و زمانهای مختلف می‌باشد.

از آنجایی که داده‌های جمع‌آوری شده در روش ارتفاعیابی ماهواره‌ای دارای یک پوشش جهانی هموزن می‌باشند بنابراین می‌توان با استفاده از این اطلاعات مطالعات متعددی را در ارتباط با علوم مختلف دریایی در مقیاس جهانی انجام داد. امروزه پیشرفتهای زیادی در زمینه فن‌آوری ماهواره‌های ارتفاع سنجی صورت گرفته است. بطوری که دقت اندازه‌گیری ارتفاع ماهواره از سطح آب در ماهواره ارتفاع سنجی TOPEX/POSEIDON برابر با ۲ تا ۳ سانتیمتر گزارش شده است. همچنین با بکارگیری سیستم‌های پیشرفته تعیین موقعیت دقیق نظیر سیستم‌های GPS, SLR, DORIS و از سوی دیگر به دلیل وجود مدلهای دقیقی از میدان ثقل زمین صحت تعیین مدار در ماهواره‌های ارتفاع سنجی تا حد زیادی بهبود یافته است. به عنوان مثال صحت اندازه‌گیری این کمیت در ماهواره ارتفاع سنجی TOPEX/POSEIDON تا حد ۳ تا ۴ سانتیمتر ادعا شده است.

هدف از این تحقیق مدل‌سازی چهاربعدهی ارتفاع سطح لحظه‌ای آب، ارتفاع سطح متوسط آب، دامنه و فاز مؤلفه‌های عمده جزرومدی در محیط مکان و زمان بصورت جهانی در آبهای آزاد دنیا با استفاده از داده‌های ارتفاع سنجی ماهواره‌ای می‌باشد. ابتدا درباره روش مورد استفاده در مدل‌سازی تغییرات لحظه‌ای سطح آب در محدوده جهانی بحث شده و مراحل تشکیل مدل ریاضی ارائه می‌شود. در ادامه درباره جزئیات موجود در محاسبات مدل‌سازی در آبهای آزاد واقع در محدوده بین عرض جغرافیایی ۶۶- تا ۶۶+ درجه بحث شده و نتایج حاصل به همراه تمام نقشه‌ها و تستهای لازم ارائه خواهد شد.

### معرفی روش استفاده شده در مدل‌سازی تغییرات لحظه‌ای سطح آب

به منظور مدل‌سازی ارتفاع سطح لحظه‌ای آب ابتدا باید نیروها و عوامل مؤثر بر تغییرات لحظه‌ای سطح آب را شناسایی و نحوه تأثیر آنها را

در این روابط  $L^2_{D2}$ ،  $\langle \cdot | \cdot \rangle$  بیان کننده ضرب داخلی بین دو تابع و  $\|\cdot\|_{L^2_{D2}}$  نشان دهنده نرم یک تابع در فضای ضرب داخلی  $L^2_{D2}$  بوده و بصورت زیر محاسبه می شوند:

$$\begin{aligned} \langle f_i | f_j \rangle_{L^2_{D2}} &= \frac{1}{a} \cdot \iint_{D_2} f_i \cdot f_j^* ds \\ \|f_i\|_{L^2_{D2}} &= \sqrt{\frac{1}{a} \cdot \iint_{D_2} f_i \cdot f_i^* ds} \end{aligned} \quad (5)$$

در این روابط  $a$  مساحت ناحیه  $D2$  و تابع  $f_1$  کمز دوج<sup>(9)</sup> تابع  $f_i$  می باشد. با توجه به روابط فوق می توان توابع  $\{\tilde{f}_i\}$  را بر حسب توابع  $\{f_i\}$  بصورت زیر نوشت:

$$\tilde{f}_i = \sum_{j=1}^n c_{ij} \cdot f_j \quad ; i = 1, 2, \dots, n \quad (6)$$

در رابطه فوق ضرایب  $C_{ij}$  ضرایب ترکیب<sup>(10)</sup> در فرایند متعامدسازی Gram-Schmidt نامیده می شوند. این رابطه را می توان به شکل ماتریسی بصورت زیر نوشت:

$$\begin{aligned} y &= C \cdot x \\ \left( \begin{array}{c} y \\ y = (\tilde{f}_1, \tilde{f}_2, \dots, \tilde{f}_n)^T \\ x = (f_1, f_2, \dots, f_n)^T \end{array} \right) \end{aligned} \quad (7)$$

ماتریس  $C$  در رابطه (7) یک ماتریس پایین مثلثی<sup>(11)</sup> بوده و شامل ضرایب ترکیب  $C_{ij}$  می باشد. این ماتریس بصورت زیر تشکیل می شود:

$$C = \begin{bmatrix} c_{11} & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ c_{21} & c_{22} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ c_{n1} & c_{n2} & c_{n3} & c_{n4} & \dots & c_{nn} \end{bmatrix} \quad (8)$$

یک راه بهتر و سریعتر برای محاسبه ضرایب ترکیب  $C_{ij}$  براساس تجزیه چولسکی<sup>(12)</sup> ماتریس Gram می باشد. ماتریس Gram در فضای ضرب داخلی  $L^2_{D2}$  بصورت زیر تشکیل می شود:

$$G = G(f_1, f_2, \dots, f_n) = \begin{bmatrix} \langle f_1 | f_1 \rangle & \langle f_1 | f_2 \rangle & \dots & \langle f_1 | f_n \rangle \\ \langle f_2 | f_1 \rangle & \langle f_2 | f_2 \rangle & \dots & \langle f_2 | f_n \rangle \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \langle f_n | f_1 \rangle & \langle f_n | f_2 \rangle & \dots & \langle f_n | f_n \rangle \end{bmatrix}_{L^2_{D2}} \quad (9)$$

در مدل سازی ارتفاع سطح لحظه ای آب بصورت جهانی به منظور تشکیل ضرایب  $U_{\lambda}(\lambda, \rho)$  و  $U_{\phi}(\lambda, \rho)$  و  $U_{\theta}(\lambda, \rho)$  از مجموعه توابع متعامد و یکه<sup>(6)</sup> در منطقه مطالعاتی استفاده شده است.

برای این منظور از طریق فرایند متعامدسازی Gram-Schmidt با استفاده از هارمونیک های کروی نرمالیزه<sup>(9)</sup> دنباله ای از توابع متعامد و یکه را در منطقه مطالعاتی ایجاد می کنیم. قبل از شروع بحث درباره نحوه ایجاد توابع متعامد و یکه در منطقه مورد علاقه ابتدا لازم است درباره علت استفاده از این توابع بحث شود. همانطور که می دانیم هارمونیک های کروی نرمالیزه، توابع متعامد و مستقل بر روی کل کره فرانس می باشند. بنابراین باید از این توابع برای مدل سازی در منطقه ای به وسعت کل کره زمین استفاده شود. در غیر این صورت خاصیت استقلال خطی در این توابع ضعیف شده و مدل ریاضی ناپایدار می شود. از آنجایی که منطقه مطالعاتی در مدل سازی جهانی تنها از سطح اقیانوسها و دریاهای آزاد تشکیل شده است بنابراین واضح است که در این ناحیه هارمونیک های کروی نرمالیزه دارای خاصیت استقلال خطی نمی باشند. بنابراین باید از توابعی به عنوان پایه فضا استفاده نمایم که در ناحیه مورد مطالعه مستقل خطی باشند. برای این منظور از طریق فرایند متعامدسازی Gram-Schmidt و با استفاده از هارمونیک های کروی نرمالیزه، دنباله ای از توابع متعامد و یکه را در منطقه مطالعاتی ایجاد می کنیم. به منظور بیان نحوه انجام فرایند Gram-Schmidt برای ایجاد این توابع ابتدا مراحل بدست آوردن یک مجموعه اورتونرمال<sup>(8)</sup> (مستقل و یکه) در یک ناحیه دلخواه از یک مجموعه مستقل خطی دلخواه متعلق به یک فضای ضرب داخلی با استفاده از فرایند متعامدسازی (Gram-Schmidt) ارائه خواهد شد.

### فرایند Gram-Schmidt

در محدوده  $D1$  فضای ضرب داخلی  $L^2_{D1}$  را در نظر می گیریم. فرض مجموعه توابع  $\{f_i\} \equiv \{f_1, f_2, \dots, f_n\}$  یک مجموعه مستقل خطی دلخواه متعلق به فضای ضرب داخلی  $L^2_{D1}$  و مجموعه توابع  $\{\tilde{f}_i\} \equiv \{\tilde{f}_1, \tilde{f}_2, \dots, \tilde{f}_n\}$  مجموعه متعامد و یکه حاصل از انجام فرایند متعامدسازی Gram-Schmidt متعلق به فضای  $L^2_{D2}$  باشد. محدوده  $D2$  همان منطقه مورد مطالعه می باشد که می خواهیم در آن ناحیه مجموعه توابع متعامد و یکه  $\{\tilde{f}_i\}$  را ایجاد نماییم. مراحل انجام فرایند متعامدسازی Gram-Schmidt به منظور بدست آوردن توابع پایه  $\{\tilde{f}_i\}$  در فضای ضرب داخلی  $L^2_{D2}$  مطابق با روابط زیر ارائه می شود:

$$\begin{aligned} \tilde{f}_1 &= \frac{h_1}{\|h_1\|_{L^2_{D2}}} : h_1 = f_1 \\ \tilde{f}_2 &= \frac{h_2}{\|h_2\|_{L^2_{D2}}} : h_2 = f_2 - \langle f_2 | \tilde{f}_1 \rangle_{L^2_{D2}} \cdot \tilde{f}_1 \\ &\vdots \\ \tilde{f}_n &= \frac{h_n}{\|h_n\|_{L^2_{D2}}} : h_n = f_n - \sum_{i=1}^{n-1} \langle f_n | \tilde{f}_i \rangle_{L^2_{D2}} \cdot \tilde{f}_i \end{aligned} \quad (4)$$

برای محاسبه این توابع از روابط بازگشتی زیر نیز استفاده می‌شود:

$$\begin{aligned}
 \bar{P}_{00}(t) &= 1 \\
 \bar{P}_{10}(t) &= \sqrt{3} \cdot t \\
 \bar{P}_{11}(t) &= \sqrt{3(1-t^2)} \\
 \bar{P}_{nm}(t) &= \sqrt{\frac{(2n+1)(2n-1)}{(n-m)(n+m)}} \cdot t \cdot \bar{P}_{n-1,m}(t) - \\
 &\quad \sqrt{\frac{(2n+1)(n+m-1)(n-m-1)}{(2n-3)(n+m)(n-m)}} \cdot \bar{P}_{n-2,m}(t); n \neq m \\
 \bar{P}_{nm}(t) &= \sqrt{\frac{(2m+1)}{2m}} \cdot \sqrt{1-t^2} \cdot \bar{P}_{m-1,m-1}(t); n = m
 \end{aligned}
 \tag{14}$$

با توجه به حاصلضرب داخلی توابع هارمونیک کروی نرمالیزه بر روی کره فرانس  $S^2_R$  نتیجه می‌شود که این هارمونیک‌ها توابع متعامد و مستقل خطی بر روی کره می‌باشند. بنابراین این توابع یک پایه برای فضای ضرب داخلی  $L^2_{S^2_R}$  محسوب می‌شوند.

#### ایجاد توابع متعامدویکه در منطقه مطالعاتی

هارمونیک‌های کروی نرمالیزه در فضای ضرب داخلی  $L^2_{S^2_R}$  بر روی کره متعامد و مستقل خطی می‌باشند.

بنابراین به منظور ایجاد توابع متعامدویکه در منطقه مطالعاتی ابتدا عناصر ماتریس Gram را برای هارمونیک‌های کروی نرمالیزه در منطقه موردنظر به صورت زیر تشکیل می‌دهیم:

$$G = \begin{bmatrix}
 \langle \bar{R}_{00} | \bar{R}_{00} \rangle & \langle \bar{R}_{00} | \bar{R}_{10} \rangle & \langle \bar{R}_{00} | \bar{R}_{11} \rangle & \langle \bar{R}_{00} | \bar{S}_{11} \rangle & \dots \\
 \langle \bar{R}_{10} | \bar{R}_{00} \rangle & \langle \bar{R}_{10} | \bar{R}_{10} \rangle & \langle \bar{R}_{10} | \bar{R}_{11} \rangle & \langle \bar{R}_{10} | \bar{S}_{11} \rangle & \dots \\
 \langle \bar{R}_{11} | \bar{R}_{00} \rangle & \langle \bar{R}_{11} | \bar{R}_{10} \rangle & \langle \bar{R}_{11} | \bar{R}_{11} \rangle & \langle \bar{R}_{11} | \bar{S}_{11} \rangle & \dots \\
 \langle \bar{S}_{11} | \bar{R}_{00} \rangle & \langle \bar{S}_{11} | \bar{R}_{10} \rangle & \langle \bar{S}_{11} | \bar{R}_{11} \rangle & \langle \bar{S}_{11} | \bar{S}_{11} \rangle & \dots \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
 \langle \bar{R}_{nm} | \bar{R}_{00} \rangle & \langle \bar{R}_{nm} | \bar{R}_{10} \rangle & \langle \bar{R}_{nm} | \bar{R}_{11} \rangle & \langle \bar{R}_{nm} | \bar{S}_{11} \rangle & \dots \\
 \langle \bar{S}_{nm} | \bar{R}_{00} \rangle & \langle \bar{S}_{nm} | \bar{R}_{10} \rangle & \langle \bar{S}_{nm} | \bar{R}_{11} \rangle & \langle \bar{S}_{nm} | \bar{S}_{11} \rangle & \dots
 \end{bmatrix}
 \tag{15}$$

در رابطه فوق  $\| \cdot \|_{\text{Oscars}}$  بیانگر ضرب داخلی بین دو تابع بر روی آبهای آزاد می‌باشد.

به منظور تشکیل ماتریس فوق باید ضربهای داخلی زیر را محاسبه کنیم که عبارتند از:

برای محاسبه ضرب داخلی  $\langle f_i | f_j \rangle_{L^2_{D_2}} >$  منطقه مطالعاتی  $D_2$  را به شبکه‌های منظمی تقسیم کرده و ضربهای داخلی را به طور گسسته به صورت زیر محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{aligned}
 \langle f_i | f_j \rangle_{L^2_{D_2}} &= \frac{1}{a} \cdot \iint_{D_2} f_i \cdot f_j^* ds \\
 &= \frac{1}{a} \cdot \sum_{k=1}^M \sum_{l=1}^N \iint_{\Delta_{kl}} f_i \cdot f_j^* ds
 \end{aligned}
 \tag{10}$$

در این روابط اعداد صحیح M, N تعداد خانه‌های شبکه در امتداد محورهای مختصات می‌باشند. درانتها به منظور محاسبه ضرایب ترکیب  $C_{ij}$  می‌توان ماتریس C را به صورت زیر محاسبه کرد:

$$C = (R^{-1})^T \tag{11}$$

در این رابطه R ماتریس پایین مثلثی حاصل از تجزیه ماتریس Gram به روش چولسکی می‌باشد.

#### هارمونیک‌های کروی نرمالیزه

توابع هارمونیک کروی نرمالیزه از درجه n و مرتبه m در هر نقطه  $(\lambda, \varphi)$  بر روی کره به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\begin{cases}
 \bar{R}_{nm}(\varphi, \lambda) = \text{Cos}(m\lambda) \cdot \bar{P}_{nm}(\text{Sin}\varphi) \\
 \bar{S}_{nm}(\varphi, \lambda) = \text{Sin}(m\lambda) \cdot \bar{P}_{nm}(\text{Sin}\varphi)
 \end{cases}
 \tag{12}$$

در این روابط  $\bar{P}_{nm}(\cdot)$  توابع وابسته نرمالیزه لژاندر  $(12)$  از درجه n و مرتبه m بوده و به صورت زیر محاسبه می‌شوند:

$$\bar{P}_{nm}(t) = \begin{cases}
 \sqrt{\frac{2(2n+1)(n-m)!}{(n+m)! 2^n n!}} \cdot \frac{1}{(1-t^2)^{\frac{m}{2}}} \cdot \frac{d^{n-m}}{dt^{n-m}} (t^2-1)^n \\
 \quad \left\{ \begin{matrix} n=0,1,2,\dots,n_{\max} \\ m=1,2,\dots,n \end{matrix} \right. \\
 \sqrt{\frac{(2n+1)}{2^n n!}} \cdot \frac{d^n}{dt^n} (t^2-1)^n \\
 \quad \left\{ \begin{matrix} n=0,1,2,\dots,n_{\max} \\ m=0 \end{matrix} \right.
 \end{cases}
 \tag{13}$$



در روابط فوق برای محاسبه ضرب‌های داخلی بر روی اقیانوسها و آبهای آزاد از پارامتر  $W_{kl}$  استفاده شده است. ارزش این پارامتر در اقیانوسها و آبهای آزاد برابر با یک و در خشکیها برابر با صفر می‌باشد. به منظور محاسبه توابع هارمونیک کروی نرمالیزه از درجه  $n$  و مرتبه  $m$  از روابط (۱۲) و (۱۴) استفاده می‌شود. جهت محاسبه انشگرال‌های موجود در ضربهای داخلی می‌توان از نرم‌افزارهای قدرتمندی نظیر Maple و MathCAD استفاده نمود. بعد از تشکیل ماتریس Gram می‌توان با استفاده از رابطه (۱۱) ماتریس متشکل از ضرایب ترکیب  $C_{ij}$  و ایدست آورد. بعد از محاسبه این ضرایب دنباله  $\{O_{nm}(\varphi, \lambda), Q_{nm}(\varphi, \lambda)\}$  متشکل از توابع متعامدویکه در منطقه مطالعاتی را از طریق روابط زیر بدست می‌آوریم: [Mainville, 1987], [Hwang, 1991]

$$\bar{L}_j(\varphi, \lambda) = \sum_{p=0}^j c_{jp} \cdot L_p(\varphi, \lambda) \quad (19)$$

$$O_{nm}(\lambda, \varphi) = c_{kk} \bar{R}_{nm}(\lambda, \varphi) + \sum_{p=0}^{k-1} c_{kp} L_p(\lambda, \varphi) \quad (20)$$

$$Q_{nm}(\lambda, \varphi) = \begin{cases} 0 & ; m = 0 \\ c_{kk} \bar{S}_{nm}(\lambda, \varphi) + \sum_{p=0}^{k-1} c_{kp} L_p(\lambda, \varphi) & ; m \neq 0 \end{cases}$$

بزرگترین بعد ماتریس Gram که به ازای بزرگتر از آن در ترمینان این ماتریس صفر شود متناظر با تعداد توابع متعامد و یکه در منطقه مطالعاتی می‌باشد.

### تشکیل مدل ریاضی

مجموعه توابع متعامدویکه در فضای ضرب داخلی  $L^2_{Oceans}$  مستقل خطی بوده و یک پایه برای این فضا محسوب می‌شود. این مجموعه از  $(n_{max} + 1)^2$  عنصر تشکیل شده است. ضرایب  $U_k(\lambda, \varphi)$ ,  $V_k(\lambda, \varphi)$  با استفاده از این توابع مستقل به صورت زیر تشکیل می‌شوند:

$$U_0(\varphi, \lambda) = \sum_{n=0}^{n_{max}} \sum_{m=0}^n a_{nm}^0 O_{nm}(\varphi, \lambda) + b_{nm}^0 Q_{nm}(\varphi, \lambda)$$

$$\left\{ \begin{aligned} U_k(\varphi, \lambda) &= \sum_{n=0}^{n_{max}} \sum_{m=0}^n a_{nm}^k O_{nm}(\varphi, \lambda) + b_{nm}^k Q_{nm}(\varphi, \lambda) \\ V_k(\varphi, \lambda) &= \sum_{n=0}^{n_{max}} \sum_{m=0}^n c_{nm}^k O_{nm}(\varphi, \lambda) + d_{nm}^k Q_{nm}(\varphi, \lambda) \end{aligned} \right.$$

$$(k = 1, 2, \dots, N) \quad (21)$$

$$\langle \bar{R}_{nm}(\varphi, \lambda) | \bar{R}_{rs}(\varphi, \lambda) \rangle = \frac{1}{a} \iint_{Oceans} \bar{R}_{nm}(\varphi, \lambda) \cdot \bar{R}_{rs}(\varphi, \lambda) ds$$

$$\langle \bar{S}_{nm}(\varphi, \lambda) | \bar{S}_{rs}(\varphi, \lambda) \rangle = \frac{1}{a} \iint_{Oceans} \bar{S}_{nm}(\varphi, \lambda) \cdot \bar{S}_{rs}(\varphi, \lambda) ds$$

$$\langle \bar{R}_{nm}(\varphi, \lambda) | \bar{S}_{rs}(\varphi, \lambda) \rangle = \frac{1}{a} \iint_{Oceans} \bar{R}_{nm}(\varphi, \lambda) \cdot \bar{S}_{rs}(\varphi, \lambda) ds$$

$$\langle \bar{S}_{nm}(\varphi, \lambda) | \bar{R}_{rs}(\varphi, \lambda) \rangle = \frac{1}{a} \iint_{Oceans} \bar{S}_{nm}(\varphi, \lambda) \cdot \bar{R}_{rs}(\varphi, \lambda) ds \quad (16)$$

در این روابط  $a$  مساحت منطقه مطالعاتی بر روی کره به شعاع واحد می‌باشد. برای محاسبه مساحت منطقه مورد نظر و تعیین ضریبهای فوق در این ناحیه، منطقه مطالعاتی را به خانه‌های مربع و یا مستطیلی شکل تقسیم نموده و انشگرال‌های موجود را به صورت گسسته محاسبه می‌کنیم. برای محاسبه مساحت منطقه مطالعاتی از رابطه زیر استفاده می‌شود:

$$a = \iint_{Oceans} ds = \sum_{k=1}^N \sum_{l=1}^M w_{kl} \int_{\lambda_l}^{\lambda_{l+1}} \int_{\varphi_l}^{\varphi_{l+1}} \cos \varphi d\varphi d\lambda \quad (17)$$

همچنین برای محاسبه ضریبهای داخلی در منطقه مطالعاتی از روابط (۱۸) استفاده می‌شود:

$$\langle \bar{R}_{nm} | \bar{R}_{rs} \rangle_{Oceans} = \frac{1}{a} \iint_{Oceans} \bar{R}_{nm}(\varphi, \lambda) \cdot \bar{R}_{rs}(\varphi, \lambda) ds$$

$$= \frac{1}{a} \sum_{k=1}^N \sum_{l=1}^M w_{kl} \int_{\lambda_l}^{\lambda_{l+1}} \int_{\varphi_l}^{\varphi_{l+1}} \bar{R}_{nm}(\varphi, \lambda) \cdot \bar{R}_{rs}(\varphi, \lambda) \cdot \cos \varphi d\varphi d\lambda$$

$$\langle \bar{S}_{nm} | \bar{S}_{rs} \rangle_{Oceans} = \frac{1}{a} \iint_{Oceans} \bar{S}_{nm}(\varphi, \lambda) \cdot \bar{S}_{rs}(\varphi, \lambda) ds$$

$$= \frac{1}{a} \sum_{k=1}^N \sum_{l=1}^M w_{kl} \int_{\lambda_l}^{\lambda_{l+1}} \int_{\varphi_l}^{\varphi_{l+1}} \bar{S}_{nm}(\varphi, \lambda) \cdot \bar{S}_{rs}(\varphi, \lambda) \cdot \cos \varphi d\varphi d\lambda$$

$$\langle \bar{R}_{nm} | \bar{S}_{rs} \rangle_{Oceans} = \frac{1}{a} \iint_{Oceans} \bar{R}_{nm}(\varphi, \lambda) \cdot \bar{S}_{rs}(\varphi, \lambda) ds$$

$$= \frac{1}{a} \sum_{k=1}^N \sum_{l=1}^M w_{kl} \int_{\lambda_l}^{\lambda_{l+1}} \int_{\varphi_l}^{\varphi_{l+1}} \bar{R}_{nm}(\varphi, \lambda) \cdot \bar{S}_{rs}(\varphi, \lambda) \cdot \cos \varphi d\varphi d\lambda$$

$$\langle \bar{S}_{nm} | \bar{R}_{rs} \rangle_{Oceans} = \frac{1}{a} \iint_{Oceans} \bar{S}_{nm}(\varphi, \lambda) \cdot \bar{R}_{rs}(\varphi, \lambda) ds$$

$$= \frac{1}{a} \sum_{k=1}^N \sum_{l=1}^M w_{kl} \int_{\lambda_l}^{\lambda_{l+1}} \int_{\varphi_l}^{\varphi_{l+1}} \bar{S}_{nm}(\varphi, \lambda) \cdot \bar{R}_{rs}(\varphi, \lambda) \cdot \cos \varphi d\varphi d\lambda \quad (18)$$

در محاسبات مدل‌سازی از اطلاعات موجود در دوره‌های ۱ تا ۳۵۰ استفاده نموده‌ایم. دقت مشاهدات جمع‌آوری شده توسط ارتفاع سنج TOPEX و ارتفاع سنج POSEIDON برترتیب برابر با ۲cm, ۲cm در نظر گرفته شده است.

کمیت‌های مشاهده‌ای در ماهواره‌های ارتفاع سنجی ارتفاع ماهواره تا سطح آب می‌باشد که آن را برد ماهواره<sup>(۱۷)</sup> می‌نامیم. ارتفاع اندازه‌گیری شده دارای خطاهای سیستماتیک متعددی می‌باشد. بنابراین به منظور تعیین ارتفاع سطح آب دریا در نقطه مشاهده‌ای ابتدا باید ارتفاع مشاهده شده را نسبت به تمام خطاهای سیستماتیک به غیر از خطای سیستماتیک ناشی از پدیده جزرومد آنها تصحیح نمود. این تصحیحات عبارت‌اند از:

- تصحیح تروپوسفر<sup>(۱۸)</sup> تر
- تصحیح تروپوسفر خشک<sup>(۱۹)</sup>
- تصحیح یونسفر<sup>(۲۰)</sup>
- تصحیح یایاس تأثیر معکوس فشار<sup>(۲۱)</sup>
- تصحیح یایاس الکترومغناطیس<sup>(۲۲)</sup>
- تصحیح جزرومد قطبی<sup>(۲۳)</sup>
- تصحیح تغییرات مرکز ثقل آنتن ارتفاع سنج<sup>(۲۴)</sup>

میزان این تصحیحات در داده‌های اصلی ماهواره ارائه شده است.

در این مقاله درباره این تصحیحات و نحوه محاسبه آنها بحث نمی‌شود. با داشتن میزان این تصحیحات می‌توان بصورت زیر مقدار ارتفاع تصحیح شده را بدست آورد:

در روابط فوق ضرایب  $a_{nm}^0, b_{nm}^0, a_{nm}^k, b_{nm}^k, d_{nm}^k$  مجهولات مدل می‌باشند. از آنجایی که به منظور مدل‌سازی ارتفاع سطح لحظه‌ای آب  $N$  مؤلفه جزرومدی در نظر گرفته شده است بنابراین تعداد ضرایب مجهول برابر با  $(n_{max} + 2)(2N + 1)$  می‌باشد. به منظور تشکیل بردار مشاهدات نمی‌توانیم از تمام داده‌های جمع‌آوری شده توسط ماهواره استفاده نماییم. بلکه باید از بین داده‌های موجود بردار مشاهدات را طوری تشکیل دهیم تا خطای Aliasing به حداقل برسد. به عبارت دیگر فاصله مکانی بین نقاط موجود در بردار مشاهدات باید به گونه‌ای انتخاب شود که ضرایب هارمونیک کروی حاصل از محاسبات سرشکنی دارای مفهوم فیزیکی باشند. برای این منظور باید فاصله نمونه‌برداری از بین داده‌های جمع‌آوری شده در امتداد مدار ماهواره برابر با نصف طول موج هارمونیک‌های کروی تا درجه و مرتبه  $n_{max}$  باشد. طول موج هارمونیک‌های کروی برای این درجه و مرتبه تقریباً معادل  $2 \times 6400 \text{ km}^2 \times \pi / n_{max}$  کیلومتر می‌باشد. بنابراین فاصله نمونه‌برداری از بین داده‌های جمع‌آوری شده در امتداد مدارات ماهواره برابر با نصف این مقدار انتخاب می‌شود. بعد از تشکیل بردار مشاهدات  $(L)$ ، ماتریس ضرایب  $(A)$  و ماتریس وزن مشاهدات  $(P)$  به روش سرشکنی کمترین مربعات بردار مجهولات  $(X)$  و دقت آنها  $(C_x)$  را به صورت زیر برآورد می‌کنیم:

$$X = (A^T \cdot P \cdot A)^{-1} \cdot (A^T \cdot P \cdot L) \quad (22)$$

$$C_x = (A^T \cdot P \cdot A)^{-1}$$

### معرفی و آماده‌سازی داده‌های مورد استفاده

به منظور برآورد مجهولات مدل ریاضی از داده‌های خام و اصلی ماهواره ارتفاع سنجی TOPEX/POSEIDON استفاده نموده‌ایم. برخی از مشخصات مهم و مورد نیاز این ماهواره در جدول زیر ارائه شده است:

جدول (۱): مشخصات حرکت ماهواره TOPEX/POSEIDON در مدار

ارتفاع متوسط ماهواره از سطح زمین	۱۳۳۶km
مدت زمان تکمیل یک دوره <sup>(۱۲)</sup>	۹/۹۱۵days
مدت زمان یک دوران به دور زمین <sup>(۱۵)</sup>	۱/۸۷hours
سرعت متوسط نقطه نادی در زمین	۵/۸km/s

اطلاعات جمع‌آوری شده در مدت ۱۰ سال در قالب CD ۱۱۷ توسط سازمان فضایی امریکا<sup>(۱۶)</sup> برای ما ارسال شده است. در جدول زیر مشخصات و حجم این اطلاعات ارائه شده است:

جدول (۲): مشخصات داده‌های جمع‌آوری شده توسط

ماهواره TOPEX/POSEIDON در مدت ۱۰ سال

سالهای جمع‌آوری داده‌ها	۱۹۹۲-۲۰۰۲
تعداد CDهای ارسال شده	۱۱۷
تعداد دوره‌ها در CDهای ارسالی	۳۵۱
متوسط حجم داده هادر دوره	۴۶۸,۳۸۷
حجم کل داده‌های جمع‌آوری شده	۱۶۲,۹۹۸,۶۵۹

$$\begin{aligned} \text{Corrected Range} = & \text{Observed Range} \\ & + \text{Wet Troposphere Correction} \\ & + \text{Dry Troposphere Correction} \\ & + \text{Ionosphere Correction} \\ & + \text{Electromagnetic Bias Correction} \\ & + \text{Inverse Barometer Correction} \\ & + \text{Pole Tide Correction} \\ & + \text{Center of Gravity Movement Correction} \end{aligned} \quad (23)$$

بعد از محاسبه ارتفاع تصحیح شده می‌توان با داشتن ارتفاع ماهواره از سطح بیضوی مرجع مقدار ارتفاع سطح آب (SSH) را نسبت به بیضوی مرجع در تمام نقاط مشاهده‌ای به صورت زیر بدست آورد:

$$\text{SSH}(\lambda, \varphi) = H_{\text{Sat}}(\lambda, \varphi) - \text{Corrected Range}(\lambda, \varphi) \quad (24)$$

در رابطه فوق  $H_{\text{Sat}}(\lambda, \varphi)$  ارتفاع ماهواره نسبت به بیضوی مرجع در نقطه مشاهده‌ای می‌باشد که توسط سازمان فضایی امریکا محاسبه می‌شود.

عنوان نیروهای تغییر شکل دهنده سطح آب در نظر گرفته و برای تشکیل مدل ریاضی مؤلفه‌های اصلی این پدیده را در محاسبات لحاظ کرده‌ایم. مؤلفه‌های منظور شده در مدل ریاضی به ترتیب عبارتند از:

جدول (۳). مؤلفه‌های جزرومدی موجود در مدل ریاضی به همراه زمان تناوب آنها

ردیف	نام مؤلفه جزرومدی	زمان تناوب (ساعت) <sup>(۲۵)</sup>
۱	S2	12.000000
۲	M2	12.420601
۳	N2	12.658348
۴	K1	23.934470
۵	P1	24.065890
۶	O1	25.819342
۷	Mf	237.85898
۸	Mm	661.30927
۹	Ssa	4382.9065

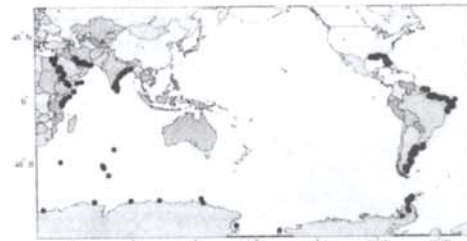
از آنجایی که داده‌های جمع‌آوری شده توسط ماهواره TOPEX/POEIDON در محدوده بین عرض جغرافیایی ۶۶- تا ۶۶+ درجه موجود می‌باشد بنابراین منطقه مطالعاتی متشکل از آبهای آزاد در این محدوده می‌باشد. از آنجایی که روش ارتفاع سنجی ماهواره‌ای در آبهای کم عمق نتایج مطلوبی را ارائه نمی‌دهد لذا در محاسبات مدلسازی از داده‌های نزدیک سواحل استفاده نخواهد شد. به منظور ایجاد توابع متعامدویکه در منطقه مطالعاتی از فرایند Gram-Schmidt استفاده می‌کنیم. برای محاسبه این توابع در منطقه مطالعاتی ابتدا عناصر ماتریس Gram را در این منطقه برای هارمونیک‌های کروی نرمالیزه محاسبه می‌کنیم به منظور تعیین عناصر ماتریس Gram در منطقه مطالعاتی از روابط (۱۵) تا (۲۰) استفاده می‌کنیم. برای محاسبه انتگرال‌های موجود در این روابط محدوده بین عرض جغرافیایی ۶۶- تا ۶۶+ درجه را به خانه‌های مستطیلی شکل تقسیم نموده‌ایم. ابعاد خانه‌های شبکه را در امتداد طول و عرض جغرافیایی به ترتیب برابر با ۱ درجه و ۳ درجه در نظر گرفته‌ایم. برای مشخص کردن آن دسته از خانه‌های شبکه که متعلق به منطقه مطالعاتی می‌باشند از داده‌های ماهواره‌ای استفاده نموده‌ایم. بدین ترتیب که هر یک از خانه‌های شبکه که حداقل یک داده ماهواره‌ای در آن قرار گرفته باشد متعلق به منطقه مطالعاتی می‌باشد. به منظور تعیین تعداد توابع متعامدویکه در منطقه مطالعاتی باید ابتدا ماتریس Gram را برای درجه و مرتبه‌های مختلف تشکیل داده و سپس در هر حالت مرتبه ماتریس را محاسبه کنیم. درجه و مرتبه‌ای که به ازای بزرگتر از آن ماتریس Gram دچار کمبود مرتبه می‌شود مناظر با تعداد توابع متعامدویکه در منطقه مطالعاتی می‌باشد. در این منطقه ماتریس Gram در درجه ۱۴ و مرتبه ۳ کمبود مرتبه پیدا کرد. برای اطمینان بیشتر از اینکه مجموعه متشکل از توابع متعامدویکه تا درجه ۱۴ و مرتبه ۳ دارای خاصیت استقلال خطی می‌باشند مقادیر عدد شرط<sup>(۲۶)</sup> برای ماتریس Gram برای درجات بزرگتر از ۱۳ و مرتبه بزرگتر از ۱۱ محاسبه شده و نتایج آن در جدول زیر ذکر شده است.

دوره سیزدهم، شماره پنجاهم / ۴۷

## معرفی تست‌های لازم به منظور ارزیابی نتایج حاصل از محاسبات مدلسازی

به منظور تست صحت مدل ارتفاع سطح لحظه‌ای آب، ابتدا با استفاده از مدل در تمام نقاط مشاهداتی موجود در دوره ۳۵۱ ارتفاع سطح آب را در زمان مربوطه محاسبه می‌کنیم. سپس مقادیر مشاهده شده توسط ماهواره در این دوره را با استفاده از مدل جزرومدی CSR 3.0 (ارائه شده در مرکز فضایی دانشگاه تگزاس) نسبت به خطای سیستماتیک جزرومد آنها نیز تصحیح می‌کنیم. در نهایت نتایج حاصل از مدل و مقادیر حاصل از مشاهدات ماهواره را با هم مقایسه می‌کنیم. لازم به ذکر است در محاسبات مدلسازی از داده‌های موجود در دوره ۳۵۱ استفاده نخواهیم کرد.

به منظور تست صحت مدل ارتفاع سطح متوسط آب از مدل‌های ارائه شده توسط [M.C.Kim, 1998] و [R.H.Rapp, 1994] استفاده می‌کنیم. لازم به ذکر است مدل R.H.Rapp, 1994 از مدل M.C.Kim, 1998 دقیقتر و صحیح‌تر می‌باشد. بنابراین نتایج حاصل از تست با استفاده از مدل R.H.Rapp, 1994 بصورت یک فایل ماتریسی بافواصل ۲/۵ دقیقه‌ای برای کل دنیا در دست بوده و نقشه آن برای تمام دنیا ارائه خواهد شد. به منظور انجام تست اختلاف این دو مدل را در تمام دنیا ارائه می‌کنیم. نقشه اختلاف این دو مدل را در تمام دنیا ارائه می‌کنیم. مدل [R.H.Rapp, 1994] از تلفیق داده‌های ماهواره‌های Geos3, GeoSat, SeaSat, TOPEX/POSEIDON بدست آمده است. برای انجام تست نتایج آماری حاصل از مقایسه مدل ارتفاع سطح متوسط آب با مدل Rapp را ارائه خواهیم نمود. به منظور تست صحت مدل دامنه مؤلفه‌های اصلی جزرومد از ۲۱۵ ایستگاه جزرومدی انتخاب شده در سراسر دنیا استفاده شده است. در این ایستگاه‌ها دامنه مؤلفه‌های O1, K1, M2, S2 با استفاده از مشاهدات جزرومد سنخ‌ها محاسبه شده است. ابتدا با استفاده از مدل‌های بدست آمده مقدار دامنه این مؤلفه‌ها را در موقعیت ایستگاه‌های جزرومدی محاسبه می‌کنیم. سپس مقادیر حاصل را با اطلاعات ارائه شده در این ایستگاه‌ها مقایسه کرده و نتایج حاصل از این بررسی را به صورت آماری ارائه می‌کنیم. موقعیت ایستگاه‌های جزرومدی انتخاب شده در تمام دنیا در نقشه زیر نمایش داده می‌شود:

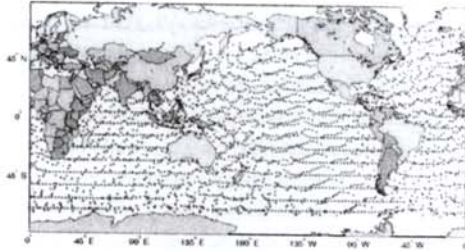


نقشه (۱). موقعیت ایستگاه‌های جزرومدی انتخابی در سراسر دنیا

## نتایج حاصل از مدلسازی و ارزیابی آنها

به منظور مدلسازی ارتفاع سطح لحظه‌ای آب نیروهای جزرومدی را به





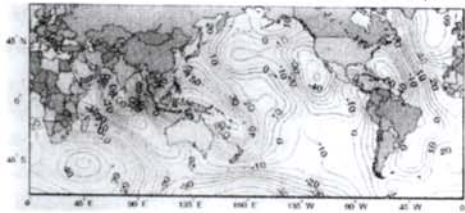
نقشه (۲): موقعیت داده‌های استفاده شده درمدلسازی

جدول (۶): تست مدل ارتفاع سطح لحظه‌ای آب حاصل از مدلسازی

تعداد نقاط کنترل	۵۰۵۳۵۰
بزرگترین اختلاف برحسب سانتیمتر	۲۰۲۳۵
کوچکترین اختلاف برحسب سانتیمتر	۰۰/۳۲
میانگین اختلاف برحسب سانتیمتر	۱۳/۲۵

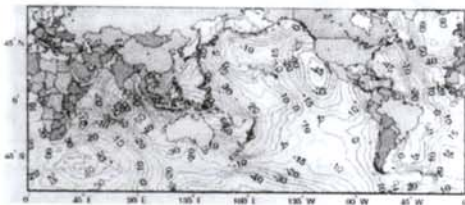
#### مدل ارتفاع سطح متوسط آب (MSL)

نقشه ارتفاع سطح متوسط آب حاصل از محاسبات مدلسازی در نقشه زیر برای تمام دنیا در سیستم تصویر استوانه‌ای نسبت به بیضوی مرجع WGD2000<sup>(TV)</sup> [E.Grafarend and A.A.Ardalan,1999] در سیستم Mean Tide ارائه شده است.



نقشه (۳): نقشه ارتفاع سطح متوسط آب حاصل از محاسبات مدلسازی برای تمام دنیا

همچنین نقشه ارتفاع سطح متوسط آب با استفاده از مدل ارائه شده [M.C.Kim,1998] در نقشه زیر برای تمام دنیا در سیستم تصویر استوانه‌ای نسبت به بیضوی WGD2000 ارائه شده است.



نقشه (۴): نقشه سطح متوسط آب با استفاده از مدل [M.C.Kim,1998] برای تمام دنیا

جدول (۴): مقادیر عدد شرط ماتریس Gram برای درجات مختلف هارمونیک‌های کروی نرمالیزه

عدد شرط ماتریس Gram	درجه و مرتبه هارمونیک‌ها	
	مرتبه	درجه
2.8569e+005	11	13
2.2268e+005	12	13
3.9133e+005	13	13
3.9341e+006	00	14
4.6124e+008	01	14
4.8481e+008	02	14
8.8285e+010	03	14

همانطور که در جدول فوق ملاحظه می‌شود مقدار عدد شرط از درجه و مرتبه ۱۳ به بالا با سرعت زیادی افزایش پیدامی‌کند. بنابراین به منظور تشکیل مدل ریاضی از توابع متعامدویکه تا درجه و مرتبه ۱۳ استفاده شده است. مجموعه توابع متعامدویکه در منطقه مطالعاتی تا درجه و مرتبه ۱۳ از ۱۹۶ عنصر تشکیل شده است. از آنجایی که مدل ارتفاع سطح لحظه‌ای آب مشکل از ۹ مؤلفه جزرومدی می‌باشد بنابراین مدل ریاضی دارای ۳۷۲۴ مجهول می‌باشد. طول موج هارمونیک‌های کروی تا درجه و مرتبه ۱۳ تقریباً معادل با ۲۸' متناظر با 3038km می‌باشد. بنابراین فاصله نمونه برداری از داده‌های موجود در امتداد هر مدار ماهواره برابر با 1114km در نظر گرفته شده است. با توجه به سرعت نقطه مشاهداتی و فاصله زمانی نمونه برداری در ماهواره TOPEX/POSEIDON در هر ۱۹۶ نقطه مشاهداتی یک داده در محاسبات وارد شده است. مشخصات و حجم داده‌های استفاده شده به منظور برآورد مجهولات در جدول زیر ارائه شده است.

جدول (۵): مشخصات داده‌های استفاده شده در محاسبات مدلسازی

شماره دوره‌های استفاده شده	۰۰۱-۳۵۰
متوسط حجم داده‌های استفاده شده در هر دوره	۲۶۶۹
حجم کل داده‌های استفاده شده	۹۳۶,۱۵۰

موقعیت داده‌های استفاده شده در محاسبات مدلسازی در هر دوره ماهواره در نقشه زیر در سیستم تصویر استوانه‌ای نشان داده می‌شود.

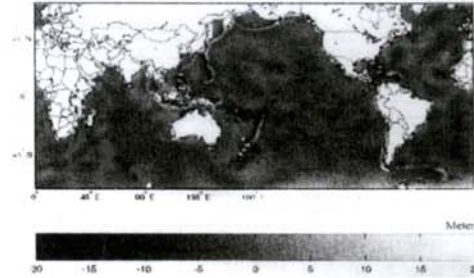
#### مدل ارتفاع سطح لحظه‌ای آب (SSH)

جهت بررسی دقت محاسبات ابتدا در تمام نقاط مشاهداتی موجود در یک دوره دقت کمیت ارتفاع سطح آب محاسبه شده و سپس از طریق میانگین‌گیری دقت متوسط آن برابر با 1.677mm برآورد شده است.

به منظور تست صحت مدل ارتفاع سطح لحظه‌ای آب ابتدا با استفاده از مدل در تمام نقاط مشاهداتی در دوره ۳۵۱ ارتفاع سطح آب را در زمان مربوطه محاسبه کرده و سپس اختلاف نتایج حاصل را با مقادیر مشاهده شده توسط ماهواره بررسی نموده‌ایم. نتایج این بررسی بصورت آماری در جدول زیر ارائه شده است.



در نقشه زیر اختلاف مدل بدست آمده با مدل ارائه شده توسط [1998, M.C.Kim] برای تمام دنیادرسیستم تصویر استوانه‌ای نمایش داده می‌شود.



نقشه (۵): اختلاف مدل سطح متوسط آب حاصل از مدلسازی پامدل [M.C.Kim,1998] در تمام دنیا

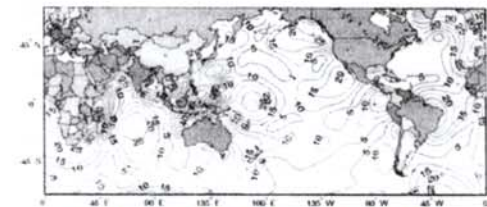
به منظور انجام تست بر روی صحت مدل ارتفاع سطح متوسط آب از مدل ارائه شده توسط [R.H.Rapp,1994] نیز استفاده شده است. نتایج آماری حاصل از این بررسی در جدول زیر ارائه می‌شود.

جدول(۷): مقایسه مدل سطح متوسط آب حاصل از مدلسازی پامدل [R.H.Rapp,1994]

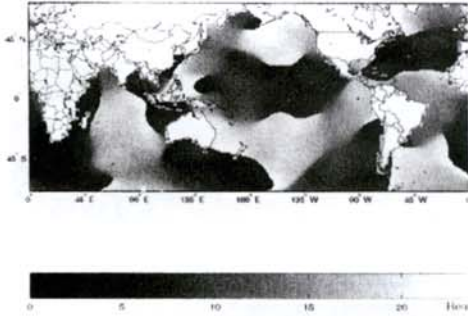
تعداد نقاط کنترل پانوزیع جهانی	۵۵۲,۰۳۳
بزرگترین اختلاف برحسب متر	۰۴/۹۶
کوچکترین اختلاف برحسب متر	۱/۷۴-۰۰۴
میانگین اختلاف برحسب متر	۰/۱۳

#### مدل دامنه و فاز مؤلفه‌های عمده جزرومد

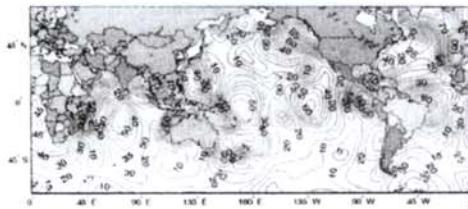
در این قسمت نقشه‌های هم دامنه و نقشه‌های هم فاز جزرومدی در سیستم زمانی UTC<sup>(۲۸)</sup> برتیب برای مؤلفه‌های O1,K1,M2,S2 حاصل از محاسبات مدلسازی برای تمام دنیادرسیستم تصویر استوانه‌ای ارائه می‌شود. نقشه هم دامنه و نقشه هم فاز برای مؤلفه S2 برتیب درنقشه‌های (۶) و (۷)، نقشه هم دامنه و نقشه هم فاز برای مؤلفه M2 برتیب درنقشه‌های (۸) و (۹) نقشه هم دامنه و نقشه هم فاز برای مؤلفه K1 برتیب درنقشه‌های (۱۰) و (۱۱) و نقشه هم دامنه و نقشه هم فاز برای مؤلفه O1 برتیب درنقشه‌های (۱۲) و (۱۳) ارائه شده است.



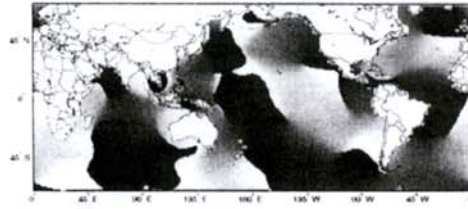
نقشه (۶): نقشه هم دامنه برای مؤلفه S2 حاصل از مدلسازی



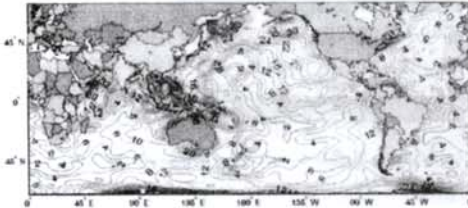
نقشه (۷): نقشه هم فاز برای مؤلفه S2 حاصل از مدلسازی



نقشه(۸): نقشه هم دامنه برای مؤلفه M2 حاصل از مدلسازی



نقشه (۹): نقشه هم فاز برای مؤلفه M2 حاصل از مدلسازی



نقشه (۱۰): نقشه هم دامنه برای مؤلفه K1 حاصل از مدلسازی

ایستگاههای انتخاب شده در سواحل واقع شده‌اند و همچنین نظر به اینکه روش ارتفاعسنجی ماهواره‌ای در آبهای کم عمق نتایج مطلوبی را ارائه نمی‌دهد لذا نتایج حاصل از محاسبات مدلسازی بسیار مطلوب می‌باشد. با توجه به مطالب فوق می‌توان به میزان کارایی این مدلها در آبهای دور از سواحل بسیار امیدوار بود.

جدول (۸): مقایسه مدل دامنه مؤلفه‌های اصلی جزرومد با مقادیر برآورد شده در ایستگاههای جزرومدی

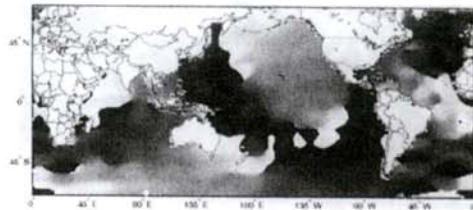
میانگین اختلافها	کوچکترین اختلاف	بزرگترین اختلاف	مؤلفه جزرومدی
11.48cm	00.31cm	47.98cm	M2
07.08cm	00.03cm	23.39cm	S2
05.76cm	00.05cm	30.58cm	K1
04.26cm	00.04cm	17.43cm	O1

### تشکر و قدردانی

این تحقیق در قالب یک رساله کارشناسی ارشد در بخش ژئودزی گروه مهندسی نقشه برداری و ژئوماتیک در دانشکده فنی دانشگاه تهران انجام شده است. لازم می‌دانم از جناب آقای دکتر آزموه از دلان به عنوان استاد راهنمای این تحقیق به خاطر انتخاب شایسته این موضوع و حمایت‌های علمی ایشان در طول انجام مراحل مختلف این تحقیق تقدیر و تشکر کنم. همچنین از آقای مهندس محمدباغی مدیریت ژئودزی در سازمان جغرافیایی وزارت دفاع که همکاری صمیمانه‌ای در چاب این مقاله مبدول داشتند قدردانی می‌نمایم.

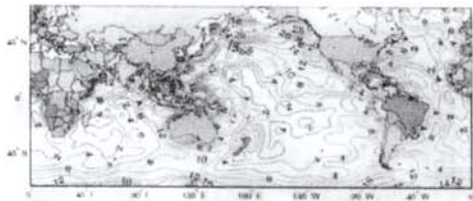
### فهرست منابع

- 1 - Andersen O.B.(1994)Ocean tides in the northern North Atlantic Ocean from ERS-1 altimetry,Journal of Geophysical Research 99(C11),22557-22573.
- 2 - Andersen O.B.(1995)Global ocean tides from ERS-1 and TOPEX/POSEIDON altimetry,Journal of Geographical Research, 100(C12), 25249-25260.
- 3 - Cartwright D.E.and Ray R.D.(1990)Oceanic tides from Geosat altimetry, Journal of Geophysical Research, 95(C3)3069-3090.
- 4 - Cartwright D.E.and Ray R.D.(1991)Energetics of global ocean tides from Geosat altimetry ,Journal of Geophysical Research 96(C9)16897-16912.
- 5 - Cartwright D.E.(1993)Theory of ocean tides with application to altimetry .In:Satellite altimetry in geodesy and oceanography, Lecture Notes in Earth

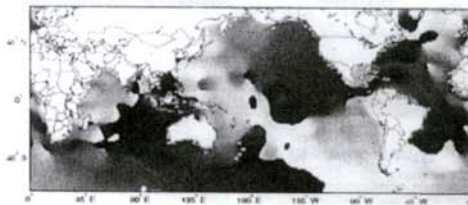


نقشه (۱۱): نقشه هم فاز برای مؤلفه K1 حاصل از مدلسازی

به منظور تست صحت مدل دامنه مؤلفه‌های K1,M2,S2,O1 ابتدا با استفاده از مدل‌های بدست آمده مقادیر دامنه این مؤلفه‌ها را در موقعیت ۲۱۵ ایستگاه جزرومدی انتخاب شده در سراسر دنیا محاسبه کرده، سپس اختلاف نتایج حاصل را با مقادیر ارائه شده در این ایستگاهها بررسی نموده‌ایم. نتایج حاصل از این بررسی بصورت آماری در جدول زیر ارائه شده است.



نقشه (۱۲): نقشه هم دامنه برای مؤلفه O1 حاصل از مدلسازی



نقشه (۱۳): نقشه هم فاز برای مؤلفه O1 حاصل از مدلسازی

همانطور که ملاحظه می‌شود میانگین اختلافها برای تمام مؤلفه‌های اصلی تقریباً زیر دسی متر حاصل شده است. با توجه به اینکه تمام



- 1- Tide Gauge Stations
- 2- Satellite Altimetry
- 3- Harmonic analysis
- 4- Sea Surface Height (SSH)
- 5- Mean Sea Level (MSL)
- 6- Orthonormal Base Functions
- 7- Normalized Spherical Harmonics
- 8- Orthonormal
- 9- Conjugate Symmetry
- 10- Combination Coefficients
- 11- Lower triangular matrix
- 12- Cholesky Decomposition
- 13- Associated Legendre Functions
- 14- Period Time
- 15- Revolution
- 16- NASA: National Aeronautics and Space Administration
- 17- Satellite Range
- 18- Wet Troposphere Correction
- 19- Dry Troposphere Correction
- 20- Ionosphere Correction
- 21- Inverse Barometer Effect
- 22- Electromagnetic Bias
- 23- Pole Tide Correction
- 24- Center of gravity movement Correction
- 25- Period Time
- 26- Condition Number
- 27- World Geodetic Datum 2000
- 28- Universal Coordinated Time

- Sciences, vol, 50, R. Rummel and F. Sansoneditors. Springer Verlag, New York, pp. 99-141.
- 6 - Grafarend E.W. and Ardalan A.A. (1967b) World Geodetic Datum 2000, *Journal of Geodesy*, vol. 73.
  - 7 - Heiskanen W.A. and Moritz H. (1967) *physical Geodesy*, W.H. Freeman, New York.
  - 8 - Hwang C. (1993) Spectral analysis using Orthonormal Functions with a case study on the sea surface topography, *Geophys. Int.* 115: 1148-1160.
  - 9 - Hwang C. (1995) Orthonormal function approach for Geosat Determination of Sea Surface Topography, *Marine Geodesy*, 18: 245-271.
  - 10 - Knudsen P. (1994) Global low harmonic degree models of seasonal variability and residual ocean tides from TOPEX/POSEIDON altimeter data, *Journal of Geophysical Research*, 99(C12), 24643-24655.
  - 11 - Knudsen P. (1993a) Altimetry for geodesy and oceanography, in *Geodesy and Geophysics, Lecture Notes for the NKG Autumn School 1992*, edited by J. Kakkuri, pp. 87-129, Finnish Geodetic Institute, Helsinki.
  - 12 - Kreyszig E. (1978) *Introductory Functional Analysis with applications*. University of Windsor, John Wiley & Sons, New York, Chi Chester, Toronto.
  - 13 - Mainville A. (1987) The altimetry-gravimetry problem using orthonormal base functions, *Dep. Geod., Sci., Surv., Report No. 373*, The Ohio State University, Columbus.
  - 14 - PO.DAAC, 1993 "PO.DAAC Merged Geophysical Data Record Users Handbook" JPL D-11--7. November 1996.
  - 15 - Rapp R.H. and Pavlis, N.K. (1990) The development and analysis of geopotential coefficient Models to spherical harmonic degree 360, *Journal of Geophysical Research*, 95, 21889-21911.
  - 16 - Rapp R.H. and Wang T.M. and Pavlis, N.K. (1991) The Ohio State 1991 geopotential and Sea Surface topography harmonic Coefficient Models, Rep. 410 Department of Geodetic Science and Surveying, The Ohio State University, Columbus.
  - 17 - Rapp R.H. and Wang Y.M. and Pavlis N.K. (1991) The Ohio State 1991 geopotential and Sea Surface topography harmonic Coefficient Models, Rep. 410, Department of Geodetic Science and Surveying, The Ohio State University, Columbus.
  - 18 - Smith A.J.E. (1997) Ocean tides from satellite altimetry, PhD Thesis, Delft Institute for Earth-Oriented Space Research, Delft University of Technology, Delft, The Netherlands, 171pp.
  - 19 - The United Kingdom Hydrographic Office. "Admiralty Tide Tables Volume 3" Indian ocean and South China Sea, 2003.
  - 20 - Wahr J.W. (1985) Deformation of the Earth induced by polar motion, *J. of Geophys. Res. (Solid Earth)*, 90, 9363-9368.