



مروری بر روشهای تفاضلی

«GPS»

ترجمه مهندس علیرضا آزموده اردلان

مقدمه:

مختصری در مورد اجزاء فضائی GPS

سیستم تعیین موقعیت جهانی (GPS) یا به طور کامل Navigation Satellite Timing and Ranging (NAVSTAR) Global positioning System (GPS) وسیله اصلی تعیین کننده موقعیت در تمام جهان، کلیه ساعات شبانه روز، شرایط جوی مختلف، فضا، دریا و زمین خواهد شد.

در حال حاضر ۱۰ ماهواره بلوک ۱ GPS برای آزمایش سیستم و گیرنده‌های زمینی در مدار قرار دارند. بسیاری از این گیرنده‌ها در وراه عمرپیش بینی شده در حال فعالیت هستند. دو ماهواره از این گروه از فعالیت ساقط و یکی نیز در شرف خامه فعالیت است. حادثه فضا پیمای چلنجر، استقرار کامل ماهواره‌های بلوک ۲ را تقریباً به مدت دو سال به تعویق انداخت. بر اساس آخرین تصمیم گیری، اولین پرتاب ماهواره‌های بلوک ۲ در ریح چهارم سال ۱۹۸۸ انجام گرفته (Jewkes 1987). و بر اساس برنامه از پیش تعیین شده استقرار کامل ماهواره‌های بلوک ۲ تا پایان سال ۱۹۹۱ به انجام رسیده است.

طرح اولیه این سیستم بر پایه منظومه ۲۴ ماهواره‌ای قرار داشت که مسائل مادی منجر به کاهش این تعداد به ۱۸ ماهواره اصلی و ۳ ماهواره یدکی فعال گردید. محاسبات نشان می‌دهد که منظومه اخیر (۱۸ ماهواره‌ای) با وجود تمام تلاشهایی که در دادن بهترین وضعیت هندسی به آن صورت گرفته، در هر لحظه منجر به ایجاد چهار منطقه در سطح زمین می‌شود که در آن مناطق تعیین موقعیت بسیار ضعیف صورت می‌گیرد. این

مناطق را اصطلاحاً «خارج از حد دقت» (Outage) می‌نامند. وسعت، مکان و زمان ایجاد این وضع به صورت تابعی از زمان، متغیر بوده ولی می‌توان آنرا دقیقاً پیش بینی کرد. در مناطقی که این وضع ایجاد می‌شود، استفاده موقتی از وسائل ناوبری دیگر توصیه شده است. ماهواره‌های GPS در مدارهای دایره‌ای با شعاع در حدود ۲۰۰۰۰ کیلومتر قرار گرفته‌اند که یک دور چرخش آنها به دور زمین ۱۲ ساعت طول می‌کشد. این ماهواره‌ها در شش صفحه مداری، با فواصل مساوی و میل حدود ۵۵ درجه استقرار می‌یابند. محل قرارگیری ماهواره‌ها به گونه‌ای است که می‌توان در تمام مدت شبانه روز به صورت پیوسته تعیین موقعیت کرد. سیگنالهای ناوبری بر روی دو موج حامل همسان $L_1 = 1575.42\text{MHz}$ و $L_2 = 1575.42\text{MHz}$ مدوله می‌شوند (این دو فرکانس از فرکانس مینای 10.23 MHz به دست می‌آیند). موجهای L_1 و L_2 با کدشده اتفاقی P^1 مدوله می‌گردند، که در ناوبری دقیق به طور عمده مورد استفاده قرار می‌گیرند. موج حامل L_1 همچنین با کد C/A نیز مدوله می‌گردد. هر دو موج، حامل پیامهای ناوبری حاوی اطلاعاتی در مورد سلامت ماهواره‌ها، زمان آخرین تزریق اطلاعات به ماهواره‌ها، تصحیحات زمانی، و موقعیت ماهواره‌های GPS اند. اکثر گیرنده‌ها می‌توانند این پیامها را دریافت کنند. برای آگاهی از جزئیات ساختمان سیگنالها می‌توانید به (Spilker 1978) مراجعه کنید.

مشاهده فاز موج حامل GPS و ترکیبات خطی آن

با ترکیبات خطی مختلف فاز موج حامل به مشاهدات جدیدی می‌رسیم که در مورد آنها آگاهی از زمان ماهواره و گیرنده در حد میلی ثانیه



سمت صفر میل می‌کند. بنابراین، مشاهده «یک اختلافی» به میزان زیادی مستقل از نامنظمی و انحراف خطی فرکانس ماهواره است. بزرگترین تأثیر خطای ساعت گیرنده‌ها با ضریب f وارد معادله اخیر گردیده، که برای مشاهدات انجام شده بر روی موج λ_1 برابر 1.575 سیکل بر ثانیه است. از آنجایی که دقت اندازه‌گیری فاز در حدود $\frac{1}{100}$ دور است، بنابراین مشاهدات «یک اختلافی» به خطای ساعت گیرنده تا حد $\frac{1}{100}$ نانوثانیه حساس‌اند. اثر خطای ساعت گیرنده همچنین تابعی از سرعت تغییرات فاصله توپوستریک ماهواره (یا وضعیت هندسی ماهواره و گیرنده) بوده، که برای ساعت با خطای کمتر از یک میکروثانیه قابل چشم‌پوشی است. در این معادله همچنین دو ابهام مربوط به تعداد طول موجهای کامل در یک پارامتر ادغام شده‌اند.

اگر در لحظه t ، دو گیرنده 1 و m ماهواره‌های q و p را همزمان رؤیت کنند، مشاهده و اختلافی زیر را خواهیم داشت.

$$\begin{aligned} \Delta_{1m}^{pq} &= \Delta_{1m}^p - \Delta_{1m}^q \\ &= -\frac{f}{c} [\rho_1^p(t) - \rho_m^p(t) - \rho_1^q(t) + \rho_m^q(t)] + T(a^{pq}, b^{pq}, p, q) \\ &\quad - \frac{f}{c} [\dot{\rho}_1^p dt_1 - \dot{\rho}_m^p dt_m - \dot{\rho}_1^q dt_1 + \dot{\rho}_m^q dt_m] + N_{1m}^{pq} \end{aligned} \quad (4)$$

معادله «دواختلافی» به میزان زیادی مستقل از خطای ساعت گیرنده بوده، و تنها عبارتی که تابعی از وضعیت هندسی ماهواره - گیرنده بوده، در معادله (۴) باقی مانده است. حساسیت معادله (۴) به خطای ساعت گیرنده در حد میلی‌ثانیه است و در این معادله نیز ابهام در طول موجهای کامل در یک پارامتر ادغام شده است.

ترکیب خطی «سه مشاهده فاز» یا «مشاهده سه اختلافی» را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\Delta_{1m}^{pq}(t+1, t) = \Delta_{1m}^{pq}(t+1) = \Delta_{1m}^{pq}(t) \quad (5)$$

خطای ساعت گیرنده در مشاهده سه اختلافی کاملاً حذف نمی‌گردد (این مطلب را به سادگی می‌توان از معادله ۴ دریافت). اما از آنجایی که ابهام در تعداد طول موجهای کامل در فاصله زمانی t تا $t+1$ ثابت است، این پارامتر حذف گردیده است.

اجرای روش تفاضلی در حالت دینامیک

این روش را در حالت دینامیک می‌توان به دو شکل دو اختلافی و سه اختلافی پیاده کرد. در روابط زیراندیس «1» نشان دهنده ایستگاه ثابت است (منظور از ایستگاه ثابت، ایستگاهی است که موقعیت گیرنده متحرک «m» نسبت به آن تعیین می‌گردد). در هر دو شکل ذکر شده، معادلات را می‌توان به دو جزء معلومات (طرف چپ) و مجهولات (طرف راست) تجزیه کرد. با این مقدمه می‌توان از معادله دو اختلافی (۴)، معادله دو اختلافی برای حالت دینامیک را به صورت زیر به دست آورد.

کافی است. در نتیجه می‌توان گیرنده‌هایی با ساعت‌های کریستالی ارزان قیمت ساخت. همچنین با این مشاهدات، موقعیت نسبی چندین یار دقیقتر از موقعیت مطلق (ژئوستریک) تعیین می‌شود.

مشاهده فاز در واقع، اختلاف فاز موج حامل سیگنال ماهواره با موج تولید شده در ایستاتور محلی گیرنده در لحظه مشاهده (t_r) است، بنابراین می‌توان نوشت:

$$\phi_1^p(t_r) = \phi^p(t_r) - \phi_1(t_r) + N_1^p + \text{noise} \quad (1)$$

در این رابطه، $\phi^p(t_r)$ فاز ارسال از ماهواره p ، $\phi_1(t_r)$ فاز دریافتی در گیرنده 1 و N_1^p تعداد طول موجهای کامل است. گیرنده p در فواصل زمانی مساوی و مشخص اندازه‌گیری می‌کند. دقت این اندازه‌گیری در حدود $1/100$ دوره و معادل تقریباً 0.01 نانو ثانیه است. قطع موقتی یا تضعیف سیگنال دریافتی می‌تواند موجب لغزشهای در حد یک دور کامل در شمارش طول موجهای کامل گردد. چنین پدیده‌ای را اصطلاحاً «لغزش دوره» یا (cycle slip) نامند. معادله (1) را می‌توان به صورت زیر تکمیل تر نموده و نهایتاً آنرا خطی کرد.

$$\phi_1^p(t) = -\frac{f_0}{c} \rho_1^p(t) - [a^p + b^p(t - t_0)] \frac{\dot{\rho}_1^p(t)}{c} + \quad (2)$$

$$\begin{aligned} &\frac{1}{2} b^p \left[\frac{\dot{\rho}_1^p(t)}{c} \right]^2 + (f_0 + a^p) (t_r - t_0) + \frac{1}{2} b^p (t_r - t_0) + \\ &\phi_1^p(t_0) - \frac{f_0}{c} \dot{\rho}_1^p dt_1 - [\phi_1(t_0) + f(t_r - t_0) - f dt_1] + N_1^p \end{aligned}$$

سطر اول معادله (۲) تنها دارای یک جمله بزرگ است، که آن فرکانس مبنای ماهواره f_0 ضرب در فاصله توپوستریک ماهواره (فاصله بین ماهواره و گیرنده در لحظه ارسال و دریافت سیگنال) است.

بقیه جملات سطر اول کوچک، و تابعی از نامنظمی فرکانس ماهواره (a^p) و انحراف خطی فرکانس ماهواره (b^p) اند.

جملات سطر دوم تنها بستگی به ماهواره دارند. آخرین جمله این سطر فاز ارسال در لحظه آغاز ارسال t_0 است. اولین جمله سطر سوم بستگی به سرعت توپوستریک ماهواره داشته، که تنها در صورت صفر شدن تصحیح ساعت گیرنده، حذف خواهد شد.

فرض کنید گیرنده‌های 1 و m ماهواره یکسانی را در لحظه 1 مشاهده کنند. در این صورت $f_0 = f_0^p = f_0^q = f$ است، و می‌توان مشاهده یک اختلافی (Single Difference) زیر را تعریف نمود.

$$\Delta_{1m}^p = \phi_1^p - \phi_1^m \quad (3)$$

$$= -\frac{f}{c} [\rho_1^p(t) - \rho_m^p(t)] + T(a^p, b^p, p, p)$$

در این معادله جملات ناشی از نامنظمی و انحراف خطی فرکانس ماهواره، و فرکانس مجهول لحظه شروع ارسال، حذف گردیده‌اند. جمله دوم سطر اول این معادله باقیمانده کوچکی از خطاهای فرکانس ماهواره است. می‌توان نشان داد که اندازه این جمله با کم شدن فاصله بین گیرنده‌های 1 و m به

$$\text{LHS} \quad \text{چپ} = \Delta_{1m}^{pq} + \left[\frac{f}{c} \rho_1^p(t) - \rho_m^q(t) \right] \quad (6)$$



همزمان چهار ماهواره در یک فاصله زمانی، به سه مشاهده «دو اختلافی» یا سه مشاهده «سه اختلافی» خواهیم رسید که برای تعیین موقعیت گیرنده متحرک کافی است، اما امکان محاسبه همزمان تصحیحات مربوط به ساعت گیرنده را فراهم نمی‌آورد. لذا این تصحیحات را به طور مستقل از مشاهده شبه فاصله به دست می‌آوریم. از این تصحیحات برای درون‌یابی اِپِچِرِیز³ ماهواره جهت تعیین مسافت طی شده توسط سیگنال (r) نیز استفاده می‌شود. این کار معادل نتیجه حاصل از معادله (۴) است (در آنجا اثر خطای ساعت گیرنده در معادله مشاهدات به صورت غیر صریح نشان داده شده، و اِپِچِرِیز از لحظه مشاهده درون‌یابی می‌گردد). اگر بیش از چهار ماهواره به طور همزمان مشاهده شوند، از مشاهده فاز موج حامل نیز می‌توان تصحیح ساعت را به دست آورد.

زمان طی شده رامی‌توان برحسب زمان گیرنده t_R تصحیح ساعت گیرنده dt_R که مجهول است، زمان معلوم ارسال t_T و تصحیح مجهول ساعت ماهواره dt_T بیان کرد، تصحیح ساعت ماهواره از پیامهای ناوبری GPS به دست می‌آید، بنابراین:

$$P_R^j = c (t_R + dt_R - t_T^j - dt_T^j) \quad (10)$$

شبه فاصله برابر $c(t_R - t_T^j)$ می‌باشد. ردگیری چهار ماهواره برای محاسبه موقعیت و تصحیح ساعت گیرنده از معادله (۱۰) کافی است. موقعیت را می‌توان با دقتی در حد ± 10 m و تصحیح ساعت گیرنده را با دقتی در حدود 0.1 میلی ثانیه به دست آورد. موقعیت گیرنده محصول فرعی شبه فاصله اندازه‌گیری شده است و می‌توان آنرا به عنوان موقعیت تقریبی در روش فاز به کار برد. در قسمتی از آزمایشی که در دانشگاه Maine برای بررسی روش تفاضلی دینامیک با گیرنده TI4100 صورت گرفت، گیرنده متحرک چهار بار از یک مکان (نقطه انتهایی یک باز معلوم) عبور داده شد، مسلماً انتظار این است که گیرنده در هر بازگشت موقعیت یکسانی را برای نقطه انتهایی باز مشخص کند. اختلاف حاصل در این آزمایش در حد سانتیمتر بوده است. □

«فهرست منابع»

- Quirion C., 1987 b. The Global positioning System in Kinematic Mode: Formulation, Analysis, and Use. Masters Thesis, Univ. of Maine, Deart. of Civil Engineering.
- Remondi B. W., 1984 Using the Global Positioning System (GPS) Phase Observable for Relative Geodesy: Modeling, Processing, and Results, NOAA Rockville, MD 20852, 1984, NOAA Reprint of Doctoral Dissertation, Center for Space Research, University of Texas at Austin.
- Spilker, J. J., 1978. "GPS Signal Structure and Performance Characteristics", Navigation, Vol. 25.

$$\text{RHS} = -\frac{f}{c} [\rho_m^p(t) + \rho_m^q(t)] + N_{im}^{pq} \quad (7)$$

این معادلات به صورت صریح، خطای ساعت گیرندهها (dt_m و dt_1) را در برنمی‌گیرند. این تصحیحات را (به صورتی که تشریح خواهد شد) می‌توان مستقل از مشاهدات شبه فاصله (pseudo range) به دست آورد. اولین جمله معادله (۶) مشاهده دو اختلافی بوده، و لذا کمیتی معلوم است. فاصله توپوستریک ماهوارهها ($\rho_1^p(t)$ و $\rho_1^q(t)$) قابل محاسبه‌اند، چون موقعیت ایستگاه 1 در تمام لحظات معلوم است. به صورتی مشابه می‌توان از معادله (۵)، معادله «سه اختلافی» زیر را برای حالت دینامیک به دست آورد.

$$\text{LHS} = \Delta P_{im}^{pq}(t, 1) + \frac{f}{c} [\rho_1^p(t) - \rho_1^q(t)] \quad (8)$$

$$\text{RHS} = -\frac{f}{c} [\rho_1^p(1) - \rho_1^q(1) - \rho_m^p(1) + \rho_m^q(1)] \quad (9)$$

$$\text{RHS} = -\frac{f}{c} [\rho_m^p(t) + \rho_m^q(t)] + N_{im}^{pq}$$

اولین جمله معادله (۸) مشاهده سه اختلافی در لحظات ۱ تا ۱ است، و در نتیجه کمیتی معلوم می‌باشد. کمیت‌های مربوط به لحظه اولیه «۱» معلوم‌اند، چون موقعیت 1 و m را در لحظه «۱» می‌دانیم. موقعیت گیرنده ثابت 1 نیز در لحظه 1 معلوم است. معادله (۷) شامل چهار مجهول است. ابهام در طول موجهای کامل (N_{im}^{pq}) و مختصات موقعیت گیرنده m و نیز ابهام در طول موجهای کامل رامی‌توان از مشاهدات لحظه «۱» به دست آورد. چون موقعیت گیرندهها در لحظه شروع مشخص‌اند، بنابراین اگر لغزش دوری (Cycle slip) صورت نگیرد، مختصات سه بعدی تنها مجهولات باقی‌مانده در لحظه دلخواه t خواهند بود. اگر تعداد R گیرنده، S ماهواره را همزمان مشاهده کنند، می‌توان (R-1)(S-1) مشاهده دو اختلافی مستقل به دست آورد. این بدان معنی است که اگر دو گیرنده داشته باشیم، این دو گیرنده باید همزمان حداقل چهار ماهواره را رؤیت کنند. محاسبات مشابهی را می‌توان برای مشاهده «سه اختلافی» انجام داد. معادله (۹) همچنین شامل سه مجهول مربوط به موقعیت گیرنده m در لحظه 1 است. از این معادله نیز پارامتر ابهام در تعداد طول موجهای کامل حذف شده است. اگر R گیرنده، S ماهواره را در لحظه T مشاهده کنند، می‌توان (R-1)(S-1)(T-1) مشاهده «سه اختلافی» مستقل تشکیل داد. برای حل این معادلات لازم است دو گیرنده حداقل چهار ماهواره را در فاصله زمانی 1 تا t مشاهده کنند.

تعیین زمان از طریق مشاهده «کد»

اولین مورد استفاده شبه فاصله در روش تفاضلی، تعیین تصحیح ساعت است که برای محاسبه فاصله دقیق ماهواره ناگیرنده به آن نیاز داریم. همان‌گونه که قبلاً شرح داده شد، با استفاده از چهار کانال، یا مشاهده