روش صحرایی کنترل و سرشکنی خطاهای پیمایش

توسط: L. Gruending W. F. Teskey Lance c. La Plante

ترجمه: مهندس علیرضا آزموده اردلان

چکیده

پیمایش باوجود انعطاف و کارایی، دارای درجهٔ اطمینان پایینی است. در این مقاله استراتژی برای بهبود درجهٔ اطمینان،بدون ایجاد تأثیر نامطلوب بر کارایی آن، ارائه شده است. این استراتژی شامل به کارگیری پیمایش های با ایستگاه خارج از مرکزی (خارج از ایستگاهی) است، که محاسبه مقادیر اطمینان و سرشکنی در صحرا با کامپیوتر کوچک دستی صورت می‌گیرد. محاسن تشخیص اشتباه و کنترل کیفیت در زمان مشاهدات در مواقعی همچون پیمایش ایستگاههای از قبل تعیین شده یا هنگامی که حمل نقل و تأمین امکانات و مخارج مشاهدات مشکل آفرین بوده، چشمگیر است. فرمولهای لازم برای به کارگیری این استراتژی ارائه و نتایج یک ایستگاه خارج از مرکزی به عنوان نمونه نشان داده شده است.

پیشگفتار

اهمیت بارز سرشکنی به روش کمترین مربعات، علاوه بر برآورد پارامترها و دقت، قابلیت آن در بررسی کیفیت مشاهدات است. بانستهای آماری مناسب، اشتباهات و Outliers باقیماندهٔ مشاهدات قابل تشخیص است. اگرچه فلسفهٔ کمترین مربعات را به سادگی در مورد مدلهای با جواب واحد نیز می‌توان به کار برد، اما تستهای پیش گفتهٔ مشاهدات نیازمند درجهٔ آزادی کافی است.

اگرچهٔ شبکه های نقشه برداری کنترل برای این نوع تجزیه و تحلیل ایده‌ال‌اند، اما به خاطر محدودیتهای محاسباتی، سرشکنی ها به ندرت در صحرا انجام می‌گیرد. همچنین، تشخیص Outliers سابقاً بعد از عملیات صورت گرفته و تنها در صورت امکان هماهنگی داخلی بین مشاهدات، مثل مقایسهٔ دایره‌ٔ به راست و دایره به چپ در صحراصورت می‌گرفت.اخیراً، بررسی کیفیت مشاهدات از اصول مربوط به دقت به درجهٔ اطمینان گسترش یافته است. چنین مسئله‌ای، از نظر ریاضی به صورت درجهٔ اطمینان داخلی و خارجی فرموله‌می‌شود. «همان‌طورکه دربرنامه‌های کامپیوتری همچون OPTUN (Gruending and Bahndorf[1984] به کار رفته است» مبحث اطمینان چه در طراحی و چه در مشاهدات شبکه مفید است، با این وجود، از نقطه نظر صنعت نقشه برداری، سرشکنی شبکه و تعیین اطمینان کاربرد محدودی دارند، چون پیمایش (و در حالت خاص شبکه) از کارهای بنیادی است.

از نظر اشخاص پیمایش کاری با اطمینان کم است، چون کنترل متقابل کمی بر مشاهدات وجود دارد. این مطلب از نظرعقلی و تجربی آشکار بوده و می‌توان آن را به صورت عددی نیز اثبات کرد.

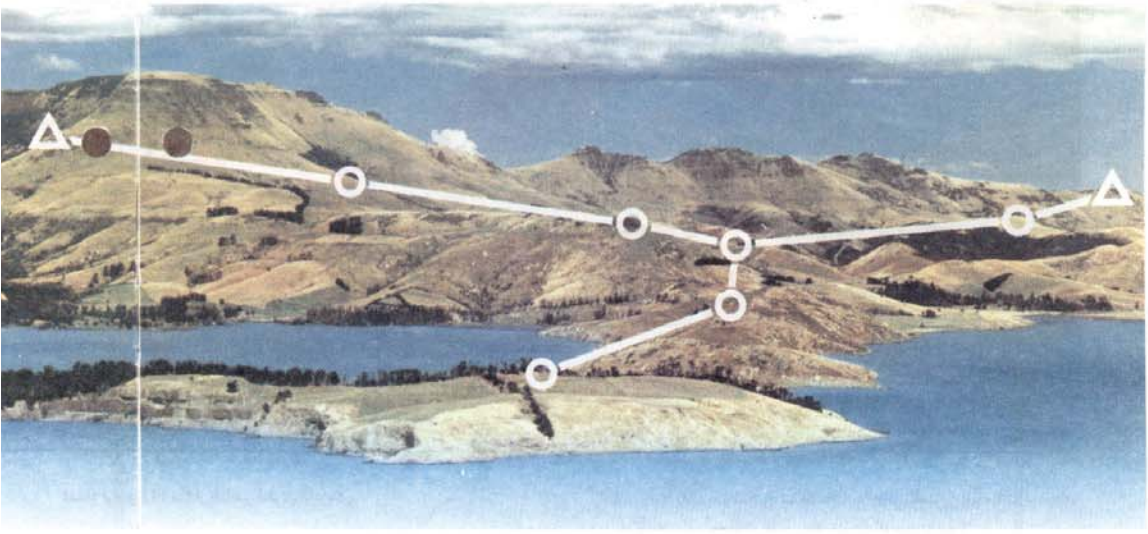
استراتژی‌های زیادی تاکنون برای بهبودی اطمینان پیمایش بررسی شده (Teskey and Gruending[1985]) و روش ایستگاههای خارج از مرکزی (خارج از ایستگاهی) از روشهای خاص طرح شده است. این مقاله به شرح کاربرد سرشکنی و اطمینان با استفاده از پیمایشهای خارج از ایستگاهی و انجام محاسبات مربو طه در کامپیوترهای دستی می‌پردازد.

نقاط خارج ازمرکزی (خارج از ایستگاهی) نقاطی نسبتاً نزدیک (با فاصلهٔ در حدود ۱ تا ۱۰ متر) به نقاط اصلی پیمایش هستند. (نگارهٔ b - ۱) نمونه ای از ترکیب[1] حاصل از افزودن یک درمیان ایستگاههای خارج از مرکزی در نزدیکی ایستگاههای پیمایش معمولی است.

در اینجا لازم است این توجه داده شود که استفادهٔ از پیمایشهای خارج از مرکزی ایدهٔ تازه‌ای نیست. یک‌نمونه ازکاربرد قبلی‌آن، پیمایشهای قاره‌ای[2] USCGS[3] است،که در سال ۱۹۶۱ انجام گرفته است. در این نمونه و سایر موارد دیگر(به غیر از نمونه گزارش شده در این مقاله) سرشکنی و تشخیص اشتباه در صحرا امکان پذیر نبوده است.

مجاورت نقاط خارج از مرکزی به نقاط پیمایش، امکان برقراری دید را در امتداد خط پیمایش فراهم می‌آورد. و بعلاوه زمان خیلی کمی برای انتقال به ایستگاه خارج از مرکزی لازم است. محرک اصلی طرح این مسئله نه تنها برآورد موقعیت و دقت بلکه تشخیص اشتباهات در صحرا بوده است. مطلب ارائه شده روشی جهت نمایش مشاهدات در صحرا و در زمان انجام آنهاست. که مزایای آن عبارت‌اند از:

۱) در مواردی که هدف از پیمایش تعیین موقعیت یا پیاده کردن است می‌توان درجهٔ اطمینان را در تعیین موقعیت به دست آورد(که از



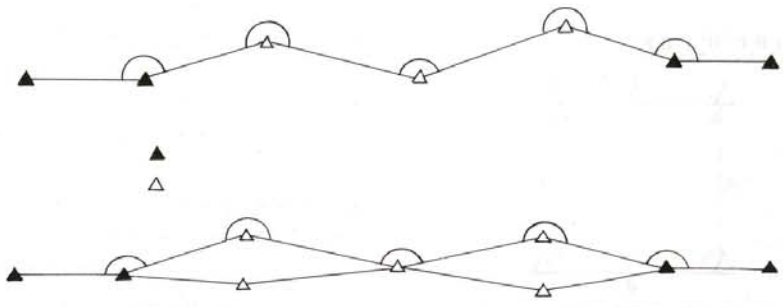
راههای دیگر غیر ممکن است). مخصوصاً این مسئله در پیمایش های باز یا پیمایش در مناطق با نقاط کنترل دور از هم حائز اهمیت است.

۲) هزینهٔ مشاهدات مجدد به خاطر مسائل لجستیکی همراه با محدودیت است.با وجود اینکه در اختیار داشتن نتایج به صورت real time لازم نیست، اما هر روشی که بتواند باعث حذف مشاهدات مجدد گردد، دارای ارزش است.

در مورد نکتهٔ اخیر، باید توجه داشت که روشهای قدیمی کنترل پیمایش مانند بستن به ایستگاههای کنترل یا انجام مشاهدات آزیموتی، تنها وجود اشتباه را در مشاهدات نشان داده و نمی توانند منبع اشتباه را تعیین کنند. و این مسئله و همچنین مخارج شناسائی خطاها همچنان به قوت خود باقی می مانند.

زیر بنای تئوری

مشاهدات اضافی برای بهبود بخشیدن به اطمینان پیمایش، بسیار حائز اهمیّت است. اما چیزی که لازم است، مدلی است که نه تنها باعث افزایش آزادی عمل شده بلکه کارایی پیمایش را نیز کاهش ندهد. روش ایستگاههای خارج از مرکزی هر دوی این شرایط را برآورده می‌سازد. نگارهٔ b – ۱ ترکیب ساده ای از پیمایش با ایستگاههای خارج از مرکزی را نشان می‌دهد. عدد آزادی مربوط به هر یک از مشاهدات همراه این نگارهٔ a – ۱ و b – ۱ آورده شده. قابل توجه است که افزایش چشمگیری در اطمینان مربوط به اندازه گیری های طولی (هنگامی که پیمایش خارج از مرکزی بجای پیمایش معمولی به کار می‌رود) ایجاد شده است. ◀



اعداد آزادی (r i ها) از عناصر قطری ماتریس

$$\underline{Q}_{vv}\ \underline{P} \qquad \ldots (۱)$$

به دست آمده (برای مثال به Greunding 1984 و Bahndorf مراجعه فرمایید.

$\underline{Q}_{vv}$ ماتریس کوواریانس باقیمانده ها و $\underline{P}$ ماتریس وزن است.

اعداد آزادی نقش هر یک از مشاهدات را در آزادی کلّ پیمایش نشان می‌دهند. این اعداد نشان می‌دهند که به چه میزان هر مشاهده کنترل شده است. به عنوان مثال عدد آزادی یک نشان می‌دهد که ۱۰۰در صد تمام اشتباهات از باقیمانده مربوط به آن مشاهده حذف خواهد شد، به عنوان مثال: مانند طولی که بین دو نقطهٔ معلوم اندازه گیری شده باشد. در مقابل اندازه گیری یک طول و زاویه برای تعیین مختصات یک نقطه آزادی صفر را نتیجه می‌دهد، یعنی هر خطایی در مشاهدات مستقیماً به مختصات محاسبه شده انتقال می یابد.

شماممکن است به‌این نتیجه رسیده باشیدکه اعدادآزادی نشان‌داده شده درنگاره‌های (a - ۱) و (b - ۱) درارتباط باتعدادمشاهدات ومجهولات هستند. در نگارهٔ (a – ۱) کل آزادیها (مجموع اعداد آزادی) با چشم پوشی از خطای گرد کردن ۳ است. که برابرتعداد مشاهدات (۹) منهای تعداد مجهولات (۶) می باشد. در نگارهٔ (b - ۱) جمع کل، کل آزادیها، یا نادیده گرفتن خطای گرد کردن، ۸ است، که برابر تعداد مشاهدات (۱۸) منهای تعداد مجهولات (۱۰) است.

به وجود آمدن امکان تشخیص اشتباهات در صحرا به خاطر چهار ایستگاهی است که با ۸ مشاهده به هم وصل شده‌اند. یعنی ۴ زاویه و ۴ طول که در نگارهٔ ۲ نشان داده شده است.

حداقل ۵ مشاهده برای معرفی مدل کافی است، بنابراین سه درجهٔ آزادی وجود دارد. سرشکنی مشاهدات به روش کمترین مربعات نیازمند فرموله کردن سهٔ معادلهٔ شرط مستقل است، که عبارت‌اند از :

$$F_1(1) = a_1 + a_2 + a_3 + a_4 - 360 = 0 \qquad \ldots(۲)$$

$$F_2(1) = d_1^2+d_2^2-2d_1d_2\cos a_1)-(d_3 + d_4 - 2d_3d_4\cos\alpha_2)= 0 \ldots(۳)$$

$$F_3(1) = (d_1^2+d_3^2-2d_1d_3\cos a_3)-(d_2^2+d_4^2-2d_2d_4\cos a_4)= 0 \quad \ldots(۴)$$

مدلهای خطی شدهٔ حاصل عبارتند از : (Krakiwsky 1981)

$$\underline{B}\underline{V} + \underline{W} = 0$$

که در آن :

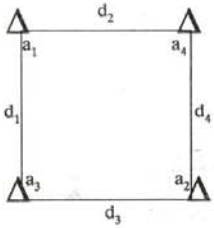
$$\underline{B} = \left(\frac{\gamma E}{\gamma\ \underline{Sl}}\right)\Big|_{l_0} \qquad \text{و} \qquad \underline{W} = \underline{F}\ (l_0) \quad \text{(در تکرار اول)}$$

باقیمانده ها ($\underline{V}$ ها)براساس روابط زیر.(Krakiwsk´ 1981)

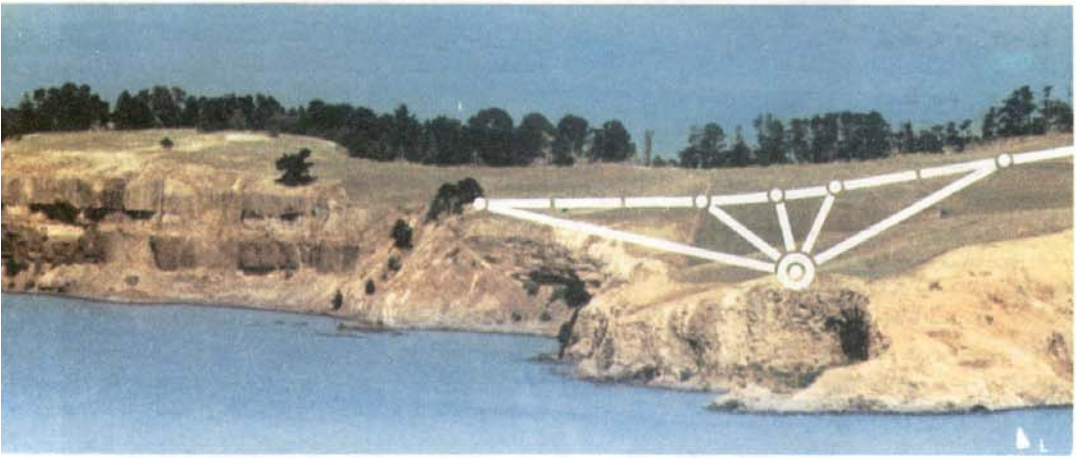
$$\underline{V} = -\underline{P}^{-1}\underline{B}^T(\underline{B}\underline{P}^{-1}\underline{B}^T)^{-1}\underline{W}$$

بر آورد می‌شوند و

$$\underline{Q}_{vv} = \underline{P}^{-1}\underline{B}^T(\underline{B}\underline{P}^{-1}\underline{B}^T)^{-1}\underline{B}\underline{P}^{-1}$$



نگارهٔ ۲



چهار ضلعی ایستگاه خارج از مرکزی، (چهارضلعی خارج از ایستگاهی)

بررسی خطای مشاهدات شامل تست باقیمانده های استاندارد شده است.(Boarda, 1976)

$$Wj = Vj / \bar{\sigma}_{v\,j}$$

$\bar{\sigma}_{v\,j}$ انحراف معیار برآورد شدهٔ jامین باقیماندهٔ با فرض مستقل بودن مشاهدات است. هرکدام از Wj هادر مقابل مقدار مرزی λ (λاز توزیع غیر مرکزی F با دو پارامتر α و βبه دست می‌آید) تست می‌شوند.

α به احتمال تصمیم گیری درست در مورد رد jامین مشاهده بوده و βاحتمال آن است که باقیماندهٔ حذف شده واقعاً Outlier باشد. به عنوان مثال برای $\alpha = 99.9\%$ و $\beta = 80\%$مقدار λ 4.13 است ($\lambda = 4.13$) Outliers را می توان براساس فرمول زیر به دست آورد:

$$Vl_j = - Vj / (Q\ vv\ \underline{P})_{jj}$$

بزرگترین Δlj مشخص کنندهٔ مشاهدهٔ اشتباه و مقدار احتمالی آن اشتباه است.

با حذف اشتباهات از مشاهدات و جایگزین کردن آنها با مشاهدات فاقد اشتباه، می توان از مشاهدات سرشکن شده برای تعیین مختصات و دقت آنهااستفاده کرد. قابل توجه است که در زاویه ای که دو چهار ضلعی را به هم وصل می‌کند، آزادی بهتر شده درحالی که این زاویه در معادلهٔ شرط داخل نشده است. این بهبودی در درجهٔ آزادی ناشی از آن است که در امتداد به وجود آورندهٔ آن به صورت ضمنی (غیرصریح) در ارتباط با زوایای بکار رفته در شکل بررسی اولیهٔ خطاهاست.

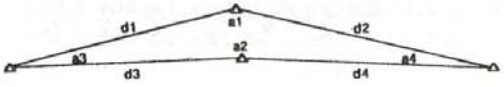
محل ایستگاههای خارج از مرکزی

حساسیت شکل چهارضلعی در تشخیص اشتباهات را می توان با مقادیر اطمینان داخلی امتحان کرد. (یعنی با حداقل اشتباه قابل تشخیص در هر مشاهده)

یا در حالت کلی با رابطهٔ

$$\Delta l_{j\,0} = \sigma_{0\,j}\, \bar{\lambda} / \gamma_j$$

Δl_{j0} درجهٔ اطمینان داخلی و σ_{0j} انحراف معیار اولیه است.



اطمینان داخلی تابعی از دقت مشاهدات و هندسهٔ شکل ایستگاههاست. در مورد نگارهٔ ۲ جدول ۱ آزادی و مقادیر اطمینان داخلی را برای دو ترکیب مختلف نشان می‌دهد، یعنی ایستگاههای خارج از مرکزی متقارن و نا متقارن). ترکیب متقارن با قرار دادن ایستگاه خارج از مرکزی روی نیم ساز زاویهٔ a_1 و ترکیب نا متقارن با قرار دادن ایستگاه خارج از مرکزی روی خط $\frac{1}{2}$ زاویهٔ a_1 حاصل می شود.طولهای d_1 و d_3 در حدود 600 m. و d_4 و d_2 در حدود 475m. اند.این نتایج نشان می‌دهند که در چهار ضلعی خارج از مرکزی با مشاهدات مفروض و هندسهٔ مربوطه، انتخاب محل ایستگاه خارج از مرکزی دارای حداقل تأثیر بر مقادیر اطمینان است. در چنین شرایطی، بهترین راه افزایش اطمینان بالا بردن دقت مشاهدات است.

برای توجه بیشتر، بهترین حالت مربوط به تعیین محل اشتباهات را در نظر می گیریم. جداول ۲ تا ۵ کلاً حاوی نتایج مربوط به اشتباهات احتمالی و باقیمانده های استاندارد شدهٔ اشتباهات مختلف است. چند نتیجهٔ مفید از آنها می توان به دست آورد.

۱) محل اشتباه طول بین چهار طول مشخص نمی شود (چون مقادیر Δl ها تنها اندازهٔ اشتباه را نشان می‌دهند).

۲) محل اشتباه زاویه ای در a_1 یا a_2 تعیین نشده، اما می توان وجود آن را در هر یک از آنها یا سایر زوایا تشخیص داد.(اندازهٔ احتمالی اشتباه ◀

برای هر یک از دو زاویه به دست می‌آید).

۳) اشتباه طول و زاویه بصورت فوق تنها تواماً مشخص می‌شود. اندازهٔ اشتباه احتمالی در زاویه بخاطرتاثیر عوامل مختلف قابل اطمینان نیست.

۴) محل اشتباه زاویه ای در a_3 و a_4 قابل تشخیص است.

۵) با توجه به باقیمانده های استاندارد شده ترکیب غیر متقارن در حالت حدی خیلی حساستر است. مقدار بزرگترWj معمولاً به خاطر اشتباه است.

تنها با افزایش مشاهدات می‌توان بهبودی در تعیین محل اشتباهات به دست آورد. مثلاًبا مشاهدهٔ خطی که ایستگاه خارج از مرکزی را به ایستگاه مجاور آن وصل می‌کند.به خاطر طول کم این خط زاویهٔ مشاهده شده نقش اندکی خواهد شد.(مشاهدهٔ طولی در این خط باعث افزایش زمان محاسبات و حافظهٔ اشغال شده خواهد شد.) با حفظ مشاهدات اولیه می‌توان منبع اشتباه زاویه ای و طولی را به دست آورد. برای تنها اشتباه زاویه ای، مشاهدهٔ اشتباه به خوبی تعیین می‌شود. و در مورد طولها به تنهایی، با انجام محاسبهٔ کوچک صحرایی در مورد طولی که ایستگاه پیمایش را به خارج از مرکزی مربوط به آن متصل می‌کند، و کنترل اختلاف، به سادگی می‌توان اشتباه را ایزوله و تعیین کرد.

قابل توجه است که به عنوان مثال در یک پیمایش ۳ نفری با یک دستگاه EDM (طولیاب الکترونیکی)، دو تارگت یا منشور و یک تئودولیت وسیلهٔ اضافی دیگری لازم نیست(البته با فرض کافی بودن تارگتها، مثلاً استفادهٔ شاغول ایستگاه خارج از مرکزی برای اندازه گیری زاویه از نقطه ای که دو جهارضلعی را به هم وصل می‌کند). اما استقرار های اضافه ای که صورت می‌گیرد باعث افزایش زمان نسبت به پیمایش استاندارد خواهد شد. براساس گزارش مطالعهٔ Kellie (1984)، این زمان اضافی در حدود ۲۵ - ۱۵درصد تخمین زده شده است.

«برآورد موقعیت و دقت»

حل معادلهٔ (۴) منجر به تصحیح مشاهدات طبق رابطهٔ ذیل خواهد شد:

$$\hat{l} = l + v \qquad (۱۱)$$

$\hat{l}$ بردار مشاهدات سرشکن شده است. مشاهدات سرشکن شده درمحاسبهٔ موقعیت از طریق روابط ذیل به کار می‌روند:

$$\begin{cases} Y_n = Y_0 + \sum_{k=1}^{n} d_k \cos \varnothing_k \\ X_n = X_0 + \sum_{k=1}^{n} d_k \sin \varnothing_k \end{cases}$$

در حالت تکرار:

$$\begin{cases} Y_n = Y_{n-1} + d_n \cos \varnothing_n \\ X_n = X_{n-1} + d_n \sin \varnothing_n \end{cases}$$

در این روابط آزیموت(Ø) از طریق زوایای سرشکن شده به دست می‌آید.

بیان دقت برحسب بیضی اطمینان، نیازمند ماتریس واریانس کوواریانس مربوط به هر نقطه است. در مورد سرشکنی پارامتریک آنها را می‌توان مستقیماً از معکوس معادلات نرمال به دست آورد.در مورد سرشکنی شرطی می بایست از قانون انتشار خطاها استفاده کرد.

جزئیات در مورد به دست آوردن آنها، برای پیمایش توسط Davis (1981) و دیگران داده شده، که به صورت دنباله ای و به شرح زیر می‌باشند.

(۱۴)

$$\begin{cases} \sigma^2_{yn} = \sum_{k=0}^{n-1} (X_n - X_i)^2 \sigma^2 \varnothing_{k+1} + \sum_{k=0}^{n-1} [(Y_{i+1} - Y_i)^2 / d^2_{k+1}] \sigma^2 d_{k+1} \\ \sigma^2_{xn} = \sum_{k=0}^{n-1} (Y_n - Y_i)^2 \sigma^2 \varnothing_{k+1} + \sum_{k=0}^{n-1} [(X_{i+1} - X_i)^2 / d^2_{k+1}] \sigma^2 d_{k+1} \\ \sigma^2_{ynxn} = -\sum_{k=0}^{n-1} (Y_n - Y_i)(X_n - X_i) \sigma^2 \varnothing_{k+1} + \sum_{k=0}^{n-1} [(X_{i+1} - X_i) \\ (Y_{i+1} - Y_i) / d^2_{k+1}] \sigma^2 d_{k+1} \end{cases}$$

اهمیت اصلی این روابط دنباله های تعیین موقعیت و دقت در نیاز آنها به فضای ذخیره ای کم است. در عمل، بعد از انجام سرشکنی شرطی برای هریک از اشکال اولیه، استفاده کننده (عامل) بهترین برآورد موقعیت و دقت را در اختیار خواهد داشت.

«شرایط استفاده»

در مورد پیمایش باز، بدون مشاهدهٔ آزیموت، موقعیت و دقت برآورد شدهٔ ایستگاهها، تنها با استفاده از روابط قبلی(بدون سرشکنی) به دست می‌آیند. در پیمایش بسته،برعکس، امکان تشکیل معادلات شرط وجود دارد. تعداد معادلات شرط(c) به صورت ذیل تغییر می‌کنند:

(i) با بستن پیمایش به نقاط کنترل موجود $c = 2$ خواهد شد.

(ii) با بستن پیمایش به نقطهٔ کنترل و زاویه نقطه کنترل بعدی $c = 3$ خواهد شد.

(iii) با مشاهدهٔ یک آزیموت در انتهای پیمایش $c = 1$ است.

مسئله در اینجا به دست آوردن یک استراتژی کارآمد برای هر یک از شرایط فوق است.(بادر نظر گرفتن هدف به حداقل رساندنِ زمانِ

محاسبات و حافظهٔ لازمه). مدل پارامتریک نیازمند معکوس ماتریس ($2_n X 2_n$) است.(n تعداد نقاط پیمایش است).در مدل شرط معکوس (c x c) لازم خواهد بود. مشکلی که در تشکیل مدل شرط در حالت استاندارد وجود دارد، تشکیل معادلات شرط مستقل با توجه شکل پیمایش است.(پیمایش حاصل از چهار ضلعیهای متصل به هم). روش به کار برده شده سرشکنی شرط مرحله به مرحله است.(روش کلی در Mikhail (1976) شرح داده شده)در سرشکنی مرحله به مرحله در هر چهارضلعی سرشکنی چهارضلعی قبلی به کار می رود.که در نتیجه به پرشکنی کاملی باحداقل محاسبات و حافظه دست خواهیم یافت. سرشکنی شرط به صورت یکجا نیازمند معکوس ماتریسی (c + 3k) x (c + 3k) است. (kتعداد چهارضلعیهاست). در حالی که روش مرحله به مرحله تنها نیازمند معکوس ماتریسی (c x c)، ذخیره مشاهدات سرشکنی شدهٔ هر چهار ضلعی و ۲۴ عنصر ماتریس واریانس کوواریانس کامل مشاهدات هر چهار ضلعی است. با ادامه دادن سرشکنیهایی، یعنی برگشتن به روابط پشت سرهم تعیین موقعیت و دقت، به موقعیتهای سرشکن شده و بیضی خطای آنها خواهیم رسید.

این روش باکامپیوتر دستی Hewlett-Packard 71- B برای زنجیره ای متشکل از ۲۰ چهار ضلعی که K ۱۶ حافظه نیاز دارد به کار برده شده است.

نتایج

هدف اصلی این مقاله شرح روابطی عملی و مفید برای سرشکنی و کاربرد تئوری اطمینان در نقشه برداری است.

سیستم صحرایی شرح داده شده، علاجی برای تمام پیمایشها نیست.در مناطق با نقاط کنترل متراکم یا جاهایی که مسائل لجستیکی کمی وجود دارد، روش پیمایش استاندارد کافی و کارا است. با این وجود در موارد بسیاری مانند پیاده کردن یا پیمایشهای دقیق، روش پیمایش خارج از مرکزی خیلی مناسبتر است. در این روش تشخیص و تعیین اشتباهات مستقیماً درصحرا صورت گرفته و در نتیجه هزینهٔ مشاهدات مجدد حداقل خواهد شد. بعلاوه، مختصات قابل اطمینان و اطلاعات مربوط به دقت نیز مستقیماً به دست می‌آیند. آلگورتیم سرشکنی به کاربرده شده، امکان سرشکنی کامل پیمایش را برای هر درجه آزادی فراهم می‌آورد. برنامهٔ استفاده شده در HP 71-B سرشکنی به دو روش پیمایش استاندارد و خارج از مرکزی را ممکن می‌سازد. □

1) Configuration
2) Transcontinental
3) United States Coast and Geodetic Survey
یا نام کنونی آن National Geodetic Survey.