

روش پیش‌بینی بارندگی با استفاده از مدل سریهای زمانی باکس - جنکیتزر

(مطالعه موردی ایستگاه قائم شهر)

نبی‌اله رمضانی

کارشناس ارشد دانشگاه تربیت معلم تهران

هستند در نظر گرفته می‌شوند که این اجزاء (مؤلفه‌ها)، شامل موارد ذیل

می‌باشند (آذر و مؤمنی، ۱۳۷۹):

۱- روندها:^(۱) روند عبارت است از تغییرات دراز مدت در میانگین سری زمانی، به عبارت دیگر سیر طبیعی سری زمانی را در دراز مدت، روند گویند که معمولاً حالت صعودی یا نزولی دارد.

۲- تغییرات فصلی: تغییرات فصلی تغییراتی می‌باشند که در دوره‌های تناوبی کوتاه مدت پیش می‌ایند. این تغییرات مربوط به عواملی هستند که طور منظم و پرخواهی، روی یک دوره کمتر از یک سال عمل می‌کنند.

۳- تغییرات دوره‌ای:^(۲) حرکات نوسانی در یک سری زمانی بیشتر از یک سال را تغییرات دوره‌ای گویند. این تغییرات به واسطه افت و خیزهایی است که از یک دوره بیشتر از یک سال بر می‌گردند.

۴- تغییرات نامنظم: تغییرات نامنظم یا تصادفی نتیجه سری‌روی پیش‌بینی نشده می‌باشد که به طرقی نامنظم عمل می‌کند. این گونه تغییرات طرح معینی را نشان نمی‌دهند و زمان و قوع آنها نامنظم و تقریباً غیرقابل پیش‌بینی می‌باشد. برای پیش‌بینی رفتار سری زمانی و تعیین مدل پیش‌بینی، فنون مختلفی وجود دارد که این فنون را می‌توان به دو دسته روش‌های کیفی (شامل روش‌های دلفی، طوفانی مغزی و گروه ایمنی) و روش‌های کمکی (شامل مدل‌های ساده، میانگین متاخرک، نمو هموار، هلت- ویسترز، باکس - جنکیتزر و مدل‌های اقتصادستنجی)، تفکیک کرد (آذر و مؤمنی، ۱۳۷۹) در این تحقیقات از بین این مدل‌ها، مدل کمکی باکس - جنکیتزر که از بهترین مدل‌ها برای تحلیل و پیش‌بینی محسوب می‌شود به اجمال تشریح می‌گردد. اساس روابرید باکس - جنکیتزر به بررسی حوزه وسیعی از مدل‌های پیش‌بینی برای یک سری زمانی قرار گرفته است. گروه عمومی مدل‌ها برای یک سری زمانی در روش‌شناختی باکس - جنکیتزر مدل‌های تلفیقی اتورگرسیو و میانگین متاخرک می‌باشند که در آمار به مدل‌های ARIMA^(۳) معروفند. از مدل‌های ARIMA می‌توان مدل‌های متعددی چون مدل رگرسیون ساده و چندمتغیره، اتورگرسیو، میانگین متاخرک،

مدلهای فصلی و حتی مدل‌های ناشناخته دیگر استخراج کرد. در این تحقیق ضمن بیان ARIMA معروف هستند. از مدل‌های ARIMA می‌توان مدل‌های چون مدل رگرسیون ساده و چندمتغیره، اتورگرسیو، میانگین متاخرک، مدل‌های فصلی و حتی مدل‌های ناشناخته دیگر استخراج کرد. در این تحقیق ضمن بیان روش پیش‌بینی بارش از طریق مدل سری زمانی باکس - جنکیتزر به طور عملی و با این روش پیش‌بینی بارش از طریق مدل سری زمانی باکس - جنکیتزر که مانند آسار ۵۰۰۰ مدل برخوردار است، بهترین مدل برای پیش‌بینی بارش در این ایستگاه‌ها از نوع مدل SARIMA(0,1,0)(0,1,1) بود. انتخاب شد.

واژه‌های کلیدی: سری زمانی، مدل‌های باکس - جنکیتزر، مدل همتاگ،
خودهمبستگی جزئی - ARIMA - ایستگاه قائم شهر.

چکیده

مدلهای پیش‌بینی باکس - جنکیتزر یکی از معروف‌ترین مدل‌های سری‌های زمانی است که در پیش‌بینی پیدیده‌های مختلف جهان‌آبادی اهمیت سراسایی دارد. در روش شناسی باکس - جنکیتزر مدل‌های سری زمانی در واقع مدل‌های تلفیقی اتورگرسیو و میانگین متاخرک می‌باشند که در آمار به مدل‌های ARIMA معروف هستند. از مدل‌های ARIMA می‌توان مدل‌های چون مدل رگرسیون ساده و چندمتغیره، اتورگرسیو، میانگین متاخرک، مدل‌های فصلی و حتی مدل‌های ناشناخته دیگر استخراج کرد. در این تحقیق ضمن بیان روش پیش‌بینی بارش از طریق مدل سری زمانی باکس - جنکیتزر به طور عملی و با این روش پیش‌بینی بارش از طریق مدل سری زمانی باکس - جنکیتزر که مانند آسار ۵۰۰۰ مدل برخوردار است، بهترین مدل برای پیش‌بینی بارش در این ایستگاه‌ها از نوع مدل SARIMA(0,1,0)(0,1,1) بود. انتخاب شد.

واژه‌های کلیدی: سری زمانی، مدل‌های باکس - جنکیتزر، مدل همتاگ،
خودهمبستگی جزئی - ARIMA - ایستگاه قائم شهر.

مقدمه

یکی از روش‌های بسیار مهم در پیش‌بینی پیدیده‌های اقليمی به ویژه تاخین می‌باشد. بازندگی، استفاده از مدل‌های مختلف سری‌های زمانی می‌باشد. تحلیل سری‌های زمانی به طور نظری و عملی از دهه ۱۹۷۰ به بعد جهت امور پیش‌بینی و کنترل به سرعت توسعه یافته است. از جمله تحقیقاتی که در این زمینه انجام گرفته شامل: بررسی خشکسالی جنوب صحراء (Lamb, 1982)، تحلیل روند خشکسالی در مجارستان (Zenil et al, 1998) (بررسی تغییرات ویژگی‌های خشکسالی در ایران، ۱۳۷۵) (Aadover and Ming, 1998) (بررسی الگوهای ماهانه خشکسالی و تراسالی در ایران، (خوش‌اخلاق، ۱۳۷۵)، پیش‌بینی دما و بازندگی شهر تهران با استفاده از سری زمانی (جمشیدی، ۱۳۶۸) و مدل خشکسالی در غرب کشور (مالکی، ۱۳۷۴) می‌باشد. سری‌های زمانی در واقع گذاردهای از مشاهدات در طول زمان می‌باشند. به بیان دقیق تر سری زمانی نمونه‌ای است که از یک فرایند تصادفی^(۴) (مثل بازندگی در طول زمان جمع آوری شده است که این نمونه‌ها معمولاً در زمانهای با فاصله مساوی از یکدیگر انتخاب می‌شوند. (آماربردازان، ۱۳۷۷) به طور معمول برای تحلیل یک سری زمانی، تغییراتی که نتیجه چهار مؤلفه اصلی

- مدل‌های اتورگرسیو (AR):

یک نوع مدل تصادفی برای نمایش سریهای مورد‌نظر که می‌تواند برای پیش‌بینی مفید و کارآمد واقع شود مدل اتورگرسیو (AR(p)) می‌باشد. این مدل در واقع یک معادله رگرسیونی می‌باشد. با این تفاوت که در این مدل مقادیر (x) روی متغیرهای مستقل، رگرسیون نشده بلکه روی مقادیر گذشته $(\text{lagged variables})$ رگرسیون شده است و به همین دلیل است که آن را فرایند اتورگرسیو نامیده‌اند (بزرگی‌نا و نیرومند، ۱۳۷۴). صورت کلی این مدل به شکل زیر می‌باشد:

$$Z_t = \phi Z_{t-1} + \phi_2 Z_{t-2} + \dots + \phi_p Z_{t-p} + a_t$$

که یک مدل اتورگرسیو از مرتبه P (یا (p)) AR نامیده می‌شود (جمشیدی، ۱۳۶۸).

- مدل میانگین متحرک (MA)

یکی دیگر از مدل‌های باکس - جنکنیز که برای پیش‌بینی سریهای زمانی از اهمیت علمی بالایی برخوردار می‌باشد مدل میانگین متحرک مرتبه q (یا (q)) MA می‌باشد. در این مدل اگر Z_t فرایند تصادفی محض با میانگین صفر و $\delta^2 X^2$ باشد، در آن صورت فرایند X_t را میانگین متحرک با مرتبه q می‌گویند. صورت کلی این الگو به شکل زیر می‌باشد:

$$Z_t = a_t - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2} - \dots - \theta_q a_{t-q}$$

- مدل‌های تلفیقی اتورگرسیو و میانگین متحرک (ARMA)

در این الگو برای سری‌های بهتر و مناسب سریهای زمانی از مدل‌های اتورگرسیو و میانگین متحرک به صورت ترکیبی استفاده شده است. به طور کلی چون وجود تعداد زیاد پارامترها در الگوها، دقت برآورد را کاهش می‌دهد، بنابراین در ساختن یک مدل، لازم است جملات اتورگرسیو و میانگین متحرک توأم‌اً در مدل با الگو استفاده شود. این مسئله به الگوی مرکب اتورگرسیو و میانگین متحرک، متنه می‌شود که صورت کلی معادله آن به شکل زیر می‌باشد (بزرگی‌نا و نیرومند، ۱۳۷۴):

$$Z_t = \phi Z_{t-1} + \phi_2 Z_{t-2} + \dots + \phi_p Z_{t-p} + a_t - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2} - \dots - \theta_q a_{t-q}$$

- مدل‌های فصلی (SARIMA)

از دیگر مدل‌های باکس - جنکنیز که در آن اثرات فصلی مورد توجه قرار گرفته الگوهای فصلی سریهای فصلی زمانی می‌باشند. به طور کلی وقتی در یک سری پس از S فاصله زمانی پایه، شباختهای پیدا شود، من گوییم که سری رفتار تناوبی با دوره تناوب S از خود نشان دهد (مشکانی، ۱۳۷۱). این دوره تناوب ممکن است $S=12$ یا $S=4$ ماه باشد. در میان الگوهای تصادفی فصلی به طور کلی به الگوهای ضرب پذیر توجه بیشتری می‌شود. الگوی کلی مدل فصلی به صورت زیر می‌باشد (مشکانی، ۱۳۷۴):

$$\Phi(B^S) Z_t = \Theta(B^S) a_t$$

روش کار

از آنجایی که سریهای زمانی اقلیمی در بررسی کیفیت داده‌ها مفید بوده و نتایج بسیار مناسبی را ارائه می‌دهند (F.Valero et al, 1996) به همین جهت

مانا به کار می‌روند. به همین دلیل در سریهای زمانی مختلف که غالباً هم نامتعادل بوده باید با استفاده از تبدیل (4) و روشها تفاضل گیری (10) مختلف آن را به یک سری ایستا تبدیل نمود. این تبدیل و تفاضل گیری ها سبب می‌شود که اثرات روند یا فصلی در سری داده‌ها از بین رفته و داده‌ها به حالت تعادل برستد. در مدل‌های باکس - جنکنیز علاوه بر فرض ایستابودن داده‌ها به فرض نرمال بودن داده‌ها نیز اهمیت زیادی دارد. لذا در این مدل‌ها قبل از هر چیزی باید آزمون نرمال بودن بر روی موردنظر انجام شود. برای انجام این آزمون روش‌های مختلفی چون آزمون کای اسکور و منحنی های نرمال Q-Q,P-P وجود دارد. با این پیش‌زمینه و با فرض اینکه داده‌ها حالت تعادل و ایستایی داشته و فرض نرمال بودن نیز در آن‌ها لحاظ گردیده به کار گیری مدل باکس - جنکنیز شامل مراحل ذیل می‌باشد:

۱- مرحله تشخیص مدل

تعیین یک مدل مناسب، ضرورتاً دقیق نبوده و جز راهنمایی یک دسته از مدل‌های قابل برآورزش، کار دیگر نخواهد کرد. به همین جهت انتخاب مدل مناسب برای سری داده‌های موردنظر، استنگی به نمایش هستنسی سری زمانی و فضای انتخاب مدل، روش‌های تحلیلگر دارد. در تشخیص مدل، روش‌های گرافیکی مناسب می‌باشند ولی برای تعیین مدل نهایی تکرار و آزمایش مدل اهمیت بیزه‌ای دارد. یکی از راههای مناسب که تحلیلگر را در تشخیص مدل کمک می‌کند، نمودارهای توابع خود همبستگی (ACf) (۱۱) و خود همبستگی جزئی $(Pacf)$ (۱۲) می‌باشد. زیرا با این نمودارها می‌توان با توجه به ضرایب همبستگی تأثیرها و کیفیت بیرون زدنی تأثیرها از خط معنی داری، نوع و مرتبه مدل‌های سری زمانی را تشخیص داد.

۲- مرحله برآورد پارامترها و آزمون آنها

در این مرحله بعد از تعیین مدل اولیه باید با استفاده از داده‌های موجود به تخمین و برآورد پارامترهای مدل پرداخت. در این رابطه با توجه به قراردادن نوع تابع خود همبستگی و خود همبستگی جزئی و مرتبه آنها و نیز نوع تفاضل گیری‌ها و تبدل‌ها و دخالت دادن این تغییرات در مدل به برآورد و تخمین پارامترها می‌پردازیم. در برآورد پارامترها، بارامترهای مناسب می‌باشند که از سطح معنی داری بالایی برخوردار باشند و آزمونهای کای اسکور و یا کولموگروف- اسمیرنوف وجود پارامترها را تأیید کنند و مقادیر باقیمانده مدل نیز از جهت استقلال و نرمال بودن موردن قبول واقع شده باشند.

۳- مرحله پیش‌بینی

در این مرحله به پیش‌بینی مقادیر آینده سری داده‌ها برداخته می‌شود. به همین منظور باید به صحبت مراحل قبل اطمینان کامل داشت. زیرا پیش‌بینی‌ها زمانی نزدیک به واقعیت خواهد بود و حداقل خطای را خواهند داشت که طی آن، تشخیص مدل و تعیین پارامترها و انجام آزمونهای لازم به درستی صورت گرفته باشد. مهمترین مدل‌های پیش‌بینی سریهای زمانی به روش باکس - جنکنیز شامل موارد ذیل می‌باشد:

ضرایب همیستگی تأخیرها (Lag) از خط معنی داری، نوع مدل ARIMA را ز جهت این که مدل از نوع میانگین منحرک، اتورگرسیو یا ترکیبی از این دو بوده را می‌توان به طور پیش فرض تشخیص داد و شناسایی کرد.

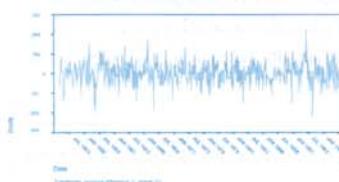
در مرحله بعدی با توجه به اعمالی که در مرحله قبل انجام داده شد، به تخمین پارامترهای مدل برداخته می‌شود برای این منظور باید به چند مسئله توجه داشت: اول اینکه پارامترهای تعیین شده باید از سطح معنی داری پیشاربایی برخوردار باشند و لااقل مقطع معنی داری آنها کمتر از ۵٪ باشد. دوم، میزان T-RATIO پارامترها نیز در حد بالایی بوده و لااقل خارج از محدوده [۲] باشد. سوم، مقادیر کواریانس و ماتریس همیستگی پارامترها نیز باید همیستگی پیشاربایی نسبت به هم داشته باشند. اگر این معیارها برای پذیرش پارامترها در مدل انتخابی پذیرفته شدند، به مرحله بعدی یعنی آزمون باقیماندهای پرداخته می‌شود. در آزمون باقیماندهای باید به دو مسئله توجه گردد: فرض استقلال داده‌ها و فرض تصادفی بودن آنها. به همین جهت نمودارهای Acf و Pacf مقادیر باقیماندهای مدل ترسیم می‌گردد. برای پذیرش مدل باید تمام مقادیر باقیمانده زیرخط معنی داری باشند، اگر آزمون باقیماندهای مورد پذیرش قرار گرفت به برازش مدل می‌پردازیم. در این مرحله با توجه به نوع مدل پذیرفته شده به پیش‌بینی برداخته می‌شود.

مراحل عملی پیش‌بینی، ایستگاه قائم شهر

همانطورکه در نمودار پراکنده‌ی داده‌های بارندگی ایستگاه قائم شهر مشاهده می‌شود (نگاره ۱)، داده‌های بارندگی ایستگاه قائم شهر تعادل برخوردار می‌باشند. لذا برای این که این داده‌ها را به ایستایی و تعادل برسانیم تنها بکار نهالنگاری فصلی به عمل آمد.



نگاره (۱): نمودار خطی داده‌های اصلی بارش - ایستگاه قائم شهر



نگاره (۲): نمودار ایستاده داده‌های بارش - ایستگاه قائم شهر

ترسیم نمودارهای Acf و Pacf داده‌های خام و توجه به حرکت تأخیرها در آنها مشخص می‌کند که مدل احتمالی برای برازش داده‌های بارندگی این ایستگاه ترکیبی از میانگین منحرک و اتورگرسیو باشد.

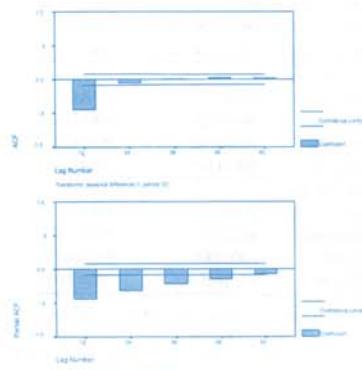
برای برآورد و پیش‌بینی بارندگی در این تحقیق از الگوهای سری زمانی استفاده گردد. مهمترین و معروف‌ترین مدل سری زمانی، مدل‌های اتورگرسیو با میانگین منحرک ARIMA می‌باشد. مدل‌های ARIMA از زمانی که یک دامنه وسیعی از فرایندهای تصادفی را شامل شدند از اهمیت زیادی برخوردار شدند، زیرا ساختار ریاضی آنها کاملاً برای پیش‌بینی مغایر بوده و تغایش آماری مناسب از داده‌ها را بر حسب پارامترهای سیارکرم تهیه می‌کنند.



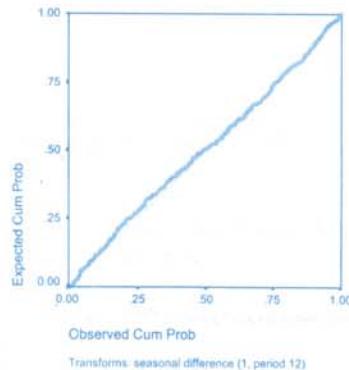
نگاره (۱): مراحل مدل سازی

مدلهای ARIMA نصورکلی مازا از آب و هوای راههایی که در مشاهدات هوایشانسی است در مطالعات اقیانوسی، درست نمایی می‌کنند (Katz, 1981). همانطورکه گردش کار مریبوط به پیش‌بینی (نگاره ۱) مشاهده می‌شود، برای پیش‌بینی بارندگی، مراحل مختلفی انجام می‌گیرد. ابتدا داده‌های ماهانه بارندگی ایستگاههای موردنظر را تبدیل به یک سری کرده، به این نحو که تمام ماههای هر سال، به دنبال هم قرار گیرند. بعد از سری شدن داده‌ها، وضعيت پراکنش داده‌ها باید مشاهده گردد؛ به همین جهت نمودار داده‌ها رسم گردیده تا از این طریق بتوان کیفیت داده‌ها را از نظر وجود روند، اثرات فصلی یا دوره‌ای تشخیص داد. اگر از نحوه پراکنش داده‌ها تشخیص داده شد که سری داده‌ها از واریانس ثابت و تعادل برخوردار نبوده، با عمل تبدیل (Transform) و تناقض‌گیری (Difference) (به ایستا کردن و نرمال کردن داده‌ها پرداخته می‌شود). بعد از اسجام این مرحله نمودارهای خودهمیستگی (Acf) و خودهمیستگی جزئی (Pacf) ترسیم می‌گردد. این نمودارها در تشخیص مدل اولیه پیش‌بینی به ما کمک می‌کنند، زیرا می‌توان با توجه به بیرون زدگی تعداد

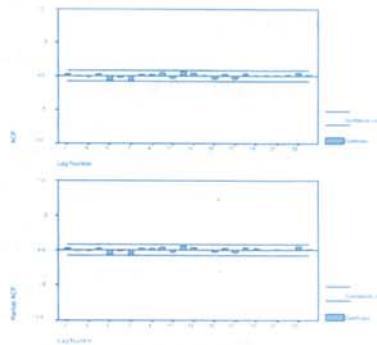
اتورگرسیو می‌باشد، نشان می‌دهد که برای پیش‌بینی بارش، مدل اتورگرسیو مرتبه اول مناسب می‌باشد. نمودارهای Acf, Pacf فصلی نیز مشخص می‌کنند که از نظر فصلی، نمودار Acf از ضرایب قوی‌تری نسبت به Pacf برخوردار می‌باشد. بنابراین با توجه به این نمودارها، مدل پیش‌فرض ما مدل ترکیبی از میانگین متحرک و اتورگرسیو می‌باشد.



نگاره (۶): نمودار Acf, Pacf فصلی داده‌های ایستاده بارش ایستگاه قائم شهر

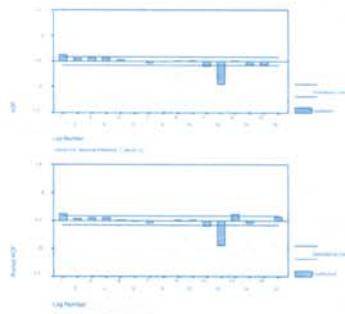


نگاره (۳): نمودار P-P داده‌های ایستاده بارش - ایستگاه قائم شهر

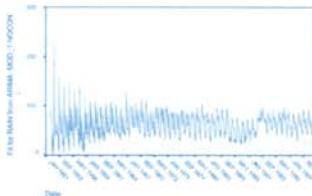


نگاره (۷): نمودار Acf, Pacf باقیمانده‌ها - ایستگاه قائم شهر
برای این که بدانیم این مدل انتخابی ما واقعاً برای پیش‌بینی مناسب است یا خیر، به تخمین پارامترها و آزمون باقیمانده‌ها می‌پردازیم، در تخمین پارامترهای این مدل (جدول ۱) معیارهایی که برای تأثید مدل لازم می‌باشد وجود دارد، یعنی سطح معنی داری پارامترها، مقادیر T-Ratio و مقادیر کواریانس و ماتریس همبستگی، صحت مدل را تأثید می‌کنند. برای اطمینان پیش از صحت مدل به آزمون باقیمانده‌ها نیز توجه شده است، همانطور که در نمودارهای خود همبستگی جزئی باقیمانده‌ها (نگاره ۷) مشاهده می‌شود، مقادیر باقیمانده هیچ مدلی را به خود نبذریفت و تمام تأثیرها زیر خط معنی داری قرار ندارند و این نشان دهنده استقلال و تصادفی بودن مقادیر باقیمانده می‌باشد.

نگاره (۴): نمودار Acf, Pacf داده‌های اصلی بارش - ایستگاه قائم شهر



نگاره (۵): نمودار Acf, Pacf داده‌های ایستاده بارش - ایستگاه قائم شهر
در مرحله بعد، با عمل تفاضل‌گیری فصلی مرتبه اول که برای ایستگاه داده‌ها استفاده شد، به ترسیم نمودارهای Acf, Pacf می‌پردازیم، این نمودارها نشان می‌دهند (نگاره ۵) که حالت مادر مورد نوی مدل درست بوده، زیرا نمودار خود همبستگی (Acf) که برای تشخیص میانگین متحرک مدل نیز می‌باشد، نشان می‌دهد که مدل نهایی می‌تواند با میانگین متحرک مرتبه اول برازش داده شود.
نمودار خود همبستگی جزئی Pacf نیز که برای تشخیص مدل



نگاره (A): نسودارسری Fit شده داده‌های بارندگی ایستگاه قائم شهر (۱۹۵۱-۲۰۰۳)

جدول شماره (1): ضوابط مدل پرازش داده شده

Initial values:			
AR1	.43653	T-RATIO	.000
MA1	.31888	APPROX.PROB	
SMA1	.56077		
Variables in the Model			
B	SEB	T-RATIO	APPROX.PROB
AR1	.855	.0735	11.630 .000
MA1	.75423	.0930	8.105 .000
SMA1	.926	.0217	42.64 .000
Covariance Matrix:			
AR1	MA1	SMA1	
AR1 .00541516	.00656020	.00012133	
MA1 .00656020	.00865942	.00014397	
SMA1.00012133	.00014397	.00047236	
Correlation Matrix:			
AR1	MA1	SMA1	
AR1 1.0000000	.9580031	.0758594	
MA1 .9580031	1.0000000	.0711865	
SMA1.0758594	.0711865	1.0000000	

بنابراین با انجام مراحل فوق، به این نتیجه می‌رسیم که مدل میانگین متحرک فصلی و غیرفصلی به همراه اتورگرسیو برای پیش‌بینی بارش ایستگاه قائم شهر مناسب باشد. مدل مذکور که به صورت $(1-\phi_1 B)(1-B_{12})Z_t = (1-\Theta_1 B)(1-\Theta_1 B_{12})a_t$ (او و او) SARIMA(1,0,0) نمایش می‌دهند و در سطح اطمینان ۹۵٪ به پیش‌بینی می‌پردازد، به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\phi(B) \nabla_{12} Z_t = \theta_1(B)\Theta(B_{12})a_t$$

که با عملگر پسرو به شکل زیر می‌باشد:

$$(1-\phi_1 B)(1-B_{12}) Z_t = (1-\Theta_1 B)(1-\Theta_1 B_{12}) a_t$$

که حالت باز شده آن می‌شود:

$$Z_t - Z_{t-12} - \phi_1 Z_{t-1} + \phi Z_{t-13} = a_t - \theta_1 a_{t-1} - \Theta_1 a_{t-12} + \theta_1 \Theta_1 a_{t-13}$$

در این مدل:

$$\begin{aligned} Z_{t-13} &= 13 \\ Z_{t-12} &= 12 \\ Z_{t-1} &= 1 \\ Z_t &= \text{متغیر بارش با تأخیر ۱} \\ Z_{t-1} &= \text{متغیر بارش با تأخیر ۱۲} \\ Z_{t-12} &= \text{متغیر بارش با تأخیر ۱۳} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \theta_1 &= \text{بارامتر میانگین متحرک فصلی مرتبه اول} \\ \phi_1 &= \text{بارامتر میانگین متحرک غیرفصلی مرتبه اول} \\ a_t &= \text{پارامتر اتورگرسیو مرتبه اول} \\ a_{t-12} &= \text{مقدار خطای تأخیر ۱۲} \\ a_{t-1} &= \text{مقدار خطای تأخیر ۱} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a_t &= \text{نوفه سبد یا فرآیند تصادفی محض} \\ a_{t-13} &= \text{مقدار خطای تأخیر ۱۳} \end{aligned}$$

با جایگزین کردن پارامترهای بدست آمده از تخمین پارامترها، مدل پیش‌بینی ایستگاه قائم شهر به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$Z_t = Z_{t-12} + 0.44Z_{t-1} - 0.46Z_{t-13} - 0.32a_{t-1} - 0.56a_{t-12} + 0.18a_{t-13}$$

مقادیر پیش‌بینی شده بارندگی تا سال ۲۰۰۳ در نگاره (A) آمده است.

تصحیح

- ضمن عرض پژوهش، بدینویسیه شخصات تویسندگان محترم مقاله «بررسی روش‌های طبقه‌بندی تصاویر ماهواره‌ای» (سپهر شماره ۵۹) به شرح ذیل تصحیح می‌گردد:
- مهندس ابوالفضل رنجبر: کارشناس ارشد سیستم اطلاعات جغرافیایی عضو هیأت علمی دانشگاه تبریز
- مهندس سید محمد باقر قاطمی: کارشناس ارشد فنوتکنی و سنجش از دور